creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-동일조건변경허락 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.
- 이차적 저작물을 작성할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

동일조건변경허락. 귀하가 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공했을 경우에는, 이 저작물과 동일한 이용허락조건하에서만 배포할 수 있습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

교육학석사학위논문

수학적 창의성을 고려한 일상 수업에서 나타나는 교사 질문의 유형 분석

- 기하 영역과 확률 영역을 중심으로 -

2019년 8월

서울대학교 대학원

수학교육과

안 민 웅

수학적 창의성을 고려한 일상 수업에서 나타나는 교사 질문의 유형 분석

- 기하 영역과 확률 영역을 중심으로 -

지도교수 이 경 화

이 논문을 교육학석사 학위논문으로 제출함

2019년 7월

서울대학교 대학원

수학교육과

안 민 웅

안민웅의 석사 학위논문을 인준함

2019년 7월

위 원 장 ________________ (인)

부위원장 ________________ (인)

위 원 ________________ (인)

국문초록

2015 개정 수학과 교육과정에서 명시하고 있는 6가지 수학 교과 역량 중 창의·융합은 현대사회를 개발하고 개인의 삶을 영위하는 데에 필수적인 역량이기도 하다. 우리나라의 수학과 교육과정에서는 대략 반세기 전부터 창의성 교육을 언급하여 왔다. 하지만 창의성이 아직까지는 영재 학생이나 성취도가 높은 학생을 대상으로만 이루어져 왔다는 지적이 많은 만큼 일반 학생들이 학교 일상 수업을 통해 수학적 창의성을 함양할 수 있는 기회가 충분히 제공되었는지에 대하여는 의문의 여지가 있다.

일상 수업에서 교사가 주로 사용하는 교수전략 중 하나는 질문이다. 이때 질문이란 교사가 수업을 준비하면서 설계하는 과제(task)와 수업을 실행하면서 활용하는 발문(questioning)을 포괄한다. 교사는 학생에게 질문함으로써 수업을 이끌어 나가며 때로는 학습을 보조하기도 한다. 교사가 학생에게 질문을 던지는 근본적인 이유는 학생이 무슨 생각을 하고 있는지 알아보기 위해서이다. 다른 이유로는 다인수 학급 구성환경에서 교사의 일방적인 설명보다는 질문으로 촉발되는 교사와 학생 사이의 상호작용이 학생의 호기심과 탐구심을 자극하는 데에 더 효과적이라는 점도 있다.

본 연구에서는 새로운 교육과정에서 더욱 강조하고 있는 수학적 창의성 교육을 일반 학생 대상의 일상 수업에서 실현하고자 노력하는 한 경력교사가 교과서 과제를 어떻게 변형하여 두 개의 내용 영역(기하 영역, 확률 영역)의 수업을 계획하는지, 또 이러한 과제를 수업에 적용하면서 어떤 발문을 활용하였는지 분석하였다. 더불어, 기하 영역과 확률 영역에서 교사가 하는 질문에 어떤 차이가 있는지도 알아보았다.

연구 결과, 교사는 교과서의 과제를 학생의 창의성을 촉진하기에 적합하도록 변형하였고 수업에서의 발문 또한 과제 변형의 방향과 일관되게 창의성을 촉진할 수 있도록 활용하였다. 그리고 기하 영역과 확률 영역 사이에 과제의 유형에는 차이가 없었으나 발문의 유형에는 차이가 있었다.

주요어 : 교사의 질문, 수학적 창의성, 수학 과제, 교사 발문, 질문 유형

학 번 : 2017-21881

목 차

표 목 차

그 림 목 차

제 1 장 서론

제 1 절 연구의 필요성 및 목적[1)]

2015 개정 수학과 교육과정에서는 학생들이 문제 해결, 추론, 창의・융합, 의사소통, 정보 처리, 태도 및 실천의 6가지 수학 교과 역량을 함양해야 한다고 명시하였다(교육부, 2015a, p.4). 이 6가지의 수학 교과 역량 중 창의・융합은 "수학의 지식과 기능을 토대로 새롭고 의미 있는 아이디어를 다양하고 풍부하게 산출하고 정교화하며, 여러 수학적 지식, 기능, 경험을 연결하거나 타 교과나 실생활의 지식, 기능, 경험을 수학과 연결, 융합하여 새로운 지식, 기능, 경험을 생성하고 문제를 해결하는 능력"이라고 정의하였다(p.4). 3차 교육과정에서 창의성에 대한 언급을 시작하였고 그 이후의 교육과정에서도 창의성을 언급해 왔지만(이경화, 2015) 이와 같이 수학적 창의성을 명시적으로 강조하여 다루게 된 것은 수학적 창의성을 함양하는 것이 수학 학습의 중요한 방법 또는 목표라는 주장(이경화, 2015; Leikin & Pitta-Pantazi, 2013; Shriki, 2010; Sriraman, 2017; Sternberg, 2017)이 반영된 결과이다.

수학적 창의성을 교육과정에서 명시적으로 강조하게 된 배경에는 창의성이 아직까지 수학교육 실제에 반영되지 않아 학교 수업을 통해 수학적 창의성을 함양할 수 있는 기회가 충분히 제공되지 않았다는 면도 있다(이경화, 2015). 우리나라 교육의 병폐로 항상 거론되는 입시 중심의 수업을 그 원인 중 하나로 지적할 수 있을 것이다. 그러나 조연순(2013)은 더 본질적인 원인으로, 교육계 내부적으로 창의성 교육을 영재교육이나 특수교육처럼 일반 학생 대상의 학교교육과는 사뭇 다른 것으로 간주하여 특별한 프로그램이나 교수법을 개발하는 데에 주된 노력을 기울여

---

1) 본 절의 내용은 안민웅, 이경화(2019)의 기하 영역 관련 내용을 기초로 하여 확률 영역 관련 내용을 추가한 것이다.

왔다는 점을 지적한 바 있다. 우리나라에서 이루어진 수학적 창의성에 대한 연구도 주로 영재학생을 대상으로 하거나(예를 들어, 백동현, 이경화, 2017; 이정연, 이경화, 2010) 교육 프로그램(예를 들어, 정영우, 2015; 조윤희, 고호경, 2017)과 평가 및 측정도구(예를 들어, 신희영, 고은성, 이경화, 2007; 하수현, 이광호, 2014) 개발을 목적으로 이루어졌다는 것이 이를 뒷받침한다.

이에 대하여, 국외의 연구에서는 교육연구자와 일선 교사들이 전문가 수준의 거창한 창의성(Big-C, Pro-C)만이 아니라 학생 수준의 소박한 창의성(mini-c, little-c)에도 관심을 두어야 한다는 주장(Kaufman & Beghetto, 2009, Merrotsy, 2013)과, 심지어는 이 두 창의성을 구분해서는 안 된다는 주장(Runco, 2014)도 제기되어 왔다. 따라서 교육과정에서 언급해오고 강조하게 된 수학적 창의성을 실제 수업에 반영하기 위해서는 일반 학생을 대상으로 한 일상 수업에서 학생들의 창의성을 발현시킬 수 있는 교수-학습 상황과 전략에 대한 구체적이고 미시적인 연구가 이루어질 필요가 있다.

일상 수업에서 교사가 주로 사용하는 교수전략 중 하나는 질문이다(Gall, 1970; Mason, 2002). 교사는 학생에게 질문함으로써 수업을 이끌어 나가며 때로는 학습을 보조하기도 한다. 소크라테스의 산파법 이래 질문을 통한 교사와 학생의 상호작용은 수학 교수-학습에서 핵심적인 역할을 담당해왔다(Fernandez, 1994; Klein, 2007). 또한 교사는 “질문 만들기 전문가”(Aschner, 1961; Gall, 1970에서 재인용)라고 불릴 만큼 한 시간에 31~99개 정도의 많은 질문을 한다(한정민, 박만구, 2010). 수업을 진행하는 교사가 이렇게 많은 수의 질문을 던지는 근본적인 이유는 학생이 무슨 생각을 하고 있는지 알아보기 위해서이다(Watson & Konicek, 1990). 다른 이유로는 다인수 학급 구성환경에서 교사의 일방적인 설명보다는 질문으로 촉발되는 교사와 학생 사이의 상호작용이 학생의 호기심과 탐구심을 자극하는 데에 더 효과적이라는 점이 있다(Gall, 1970). 이와 같이 수학 수업에서 교사의 질문은 양적으로 큰 비중을 차지하며 질적으로도 학습에 중요한 역할을 한다고 여러 연구에서 강조하여 온

바, 일상적인 수업에서의 창의성 교육을 논의할 때에도 교사의 질문에 대한 연구는 필수 불가결하다.

이와 같은 관점에서, 우리나라의 초등교육 연구(예를 들어, 강완, 장윤영, 정선혜, 2011; 문지혜, 박만구, 2012; 박만구, 2010; 한정민, 박만구, 2010)에서는 학생의 창의성을 촉진하는 도구로서 교과서의 과제와 교사의 발문에 주목하였으나 중등교육에 대하여는 이런 연구가 아직 많이 이루어지지 않았다. 특히, 교사의 발문에 대한 여러 연구는 한 명의 교사가 하나의 내용 영역을 1~6차시 수업한 자료를 분석하거나(예를 들어, 강완 외, 2011; 문지혜, 박만구, 2012; 신보미, 2017) 여러 명의 교사 또는 예비교사가 1인당 1~2차시의 서로 다른 내용 영역을 수업한 자료를 분석하였다(예를 들어, 백소영, 김도현, 이경언, 2014; 이기숙, 김원경, 2006; 홍진곤, 김윤희, 2012). 전자의 경우 교사 변인은 통제되지만 내용 영역이 하나로 고정되어 있어 서로 다른 내용 영역 사이에 발문의 차이가 있는지 살펴보기 어렵고, 후자의 경우 서로 다른 내용 영역에서 어떤 발문이 활용되는지 살펴볼 수는 있지만 교사 변인이 통제되지 않는다는 한계가 있다.

이에 본 연구에서는 새로운 교육과정에서 더욱 강조하고 있는 수학적 창의성 교육을 일반 학생 대상의 일상 수업에서 실현하고자 노력하는 한 경력교사가 교과서 과제를 어떻게 변형하여 두 개의 내용 영역(기하 영역, 확률 영역)의 수업을 계획하는지, 또 이러한 과제를 수업에 적용하면서 어떤 발문을 활용하였는지 분석하고자 한다. 이로써 창의성 교육을 하고자 하는 중등교사의 기하 영역과 확률 영역에서의 질문(과제와 발문) 유형과 특성, 그리고 두 영역에서의 공통점과 차이점을 살펴보고자 한다.

제 2 절 연구 문제

본 연구에서는 2015 개정 교육과정에서 강조한 수학 교과 역량 중 수학적 창의성을 촉진하기 위하여 중학교 1학년의 기하 영역과 중학교 2학

년의 확률 영역 수업에서 한 경력교사가 교과서의 과제를 어떻게 변형하고, 이 과제를 활용한 수업에서 어떤 발문을 제시하는지 분석할 것이다. 더불어, 각 내용 영역 내에서 교과서 과제, 변형 과제, 발문의 차이는 어떠한지와 교과서 과제, 변형 과제, 발문의 영역 간 차이는 어떠한지 비교 분석하고자 다음과 같이 연구 문제를 설정하였다.

첫째, 수학적 창의성을 고려한 기하 영역과 확률 영역의 수업에서 교사는 교과서 과제를 어떤 유형으로 변형하는가?

둘째, 수학적 창의성을 고려한 기하 영역과 확률 영역의 수업에서 교사는 어떤 유형의 발문을 제시하는가?

셋째, 수학적 창의성을 고려한 기하 영역과 확률 영역의 수업 각각에서 교과서 과제와 교사 변형 과제, 그리고 발문의 유형 사이에는 어떠한 차이가 있는가?

넷째, 수학적 창의성을 고려한 기하 영역과 확률 영역의 수업 사이에서 교과서 과제와 교사 변형 과제, 그리고 발문의 유형 사이에는 어떠한 차이가 있는가?

제 3 절 용어의 정의

1. 수학적 창의성

2015 개정 수학과 교육과정에서는 수학 교과 역량 6가지 중 ‘창의・융합’을 “수학의 지식과 기능을 토대로 새롭고 의미 있는 아이디어를 다양하고 풍부하게 산출하고 정교화하며, 여러 수학적 지식, 기능, 경험을 연결하거나 타 교과나 실생활의 지식, 기능, 경험을 수학과 연결・융합하여 새로운 지식, 기능, 경험을 생성하고 문제를 해결하는 능력”(교육부, 2015a, p.4)이라고 정의하였다. 전반부는 ‘창의’에 대한 정의이고 후반부는 ‘융합’에 대한 정의이다. 다양한 아이디어의 풍부한 산출은 발산적 사고로써, 수학적 아이디어의 정교화는 수렴적 사고로써 가능한 바, 본 연구에서 수학적 창의성은 “수렴적 사고와 발산적 사고의 융합

(confluence)"(Lee, 2017, p.996)을 의미한다.

2. 일상 수업

본 연구에서 일상 수업은 다음과 같이 두 가지 특징을 지닌다. 첫째, 특정한 목적을 띠고 설계 및 진행된 교육프로그램이 아니다. 교사에게 수학적 창의성 촉진을 유념하고 수업을 진행하도록 요구하였지만 모두 정규 수업시간 동안만 진행되었기 때문에 수업 진행에 있어 우리나라의 일반적인 수학 수업과 마찬가지로 교사가 진도 문제를 고려하지 않을 수 없었다. 둘째, 수업에 참여한 학생들의 수준이 어느 쪽으로도 편향되지 않았다. 수업을 관찰한 학교는 서울시 일반 중학교이고 이 학교에서는 수준별 수업도 따로 진행되지 않는다. 즉, 본 연구에서 일상 수업은 일반 학생 대상의 정규 수업으로 정의한다.

3. 교사 질문

수학 수업에서 학생들이 교사로부터 받는 다양한 형태의 질문 중 대표적인 두 가지는 교과서의 과제(task)와 교사의 발문(questioning)이다(Brodie, 2010; Gall, 1970; Shahrill, 2013). 교사는 일차적으로 수업 전에 준비한 과제를 통하여 학생들에게 질문을 던져 학습의 방향을 제시하고 이차적으로는 수업에서의 발문으로써 수학적 논의의 장을 연다고 할 수 있다. 즉, 수학 수업에서 교사는 과제와 발문의 형태로 질문을 던지고 학생은 그것에 답함으로써 학습을 하는 것이다. 과제는 '서면 질문(written / textual question)', 발문은 '구두 질문(verbal / oral question)'으로서 서로 다른 형태의 교사 질문이다. 본 연구에서 과제는 교과서와 교사 개발 학습 자료에 서면으로 제시된 시각적 질문으로, 발문은 교사가 수업을 진행하며 구두로 제시한 청각적 질문으로 정의한다.

제 4 절 연구의 제한점

본 연구에는 다음과 같은 제한점이 있다.

첫째, 본 연구는 서울시 소재 일반 중학교의 한 명의 교사를 대상으로 분석하였기 때문에 연구 결과를 다른 수학 수업 상황에 일반화하기에는 한계가 있다.

둘째, 본 연구는 기하 영역 중 중학교 1학년 원과 부채꼴 단원, 확률 영역 중 중학교 2학년 확률의 뜻과 그 성질 단원을 대상으로 분석하였기 때문에 연구 결과를 기하 영역의 다른 단원과 확률 영역의 다른 단원으로 일반화하기에는 한계가 있다.

셋째, 본 연구에서는 교사 질문의 유형에 대한 이론적 배경에 근거하여 어떤 질문을 통하여 학생의 창의성 촉진 기회를 증대할 수 있을지 분석하였기 때문에 실제로 어떤 질문이 학생의 창의성을 촉진하는지는 상황에 따라 달라질 수 있다.

제 2 장 이론적 배경

제 1 절 창의적 사고의 두 유형 - 발산적 사고와 수렴적 사고[2)]

창의성은 명확히 정의하기 어려운 개념으로서 창의적인 사람, 창의적인 과정, 창의적인 산출물, 환경과 연관되어 연구되어 왔다(이경화, 2015). 창의적 사고의 성격 또는 유형을 발산적 사고와 수렴적 사고로 범주화하여 연구가 이루어지기도 하였는데, 이때 발산적 사고는 유연성과 유창성, 즉 문제에서 이용 가능한 정보들을 활용하여 다양하거나 새로운 형태의 답안을 만드는 것이고, 수렴적 사고는 정교성, 즉 명확히 정의된 문제에 하나의 가장 최적의 답을 산출하는 것이다(Cropley, 2006). 일반적으로, '창의적인 것'은 '다양하거나 기발한 아이디어'를 연상시키기 때문에 창의성 연구의 초기부터 현재까지 발산적 사고가 창의성의 핵심 요소로 인정받아 온 것은 자연스러운 일이다(예를 들어, Guilford, 1957; Torrance, 1959; Runco & Acar, 2012).

그러나 비교적 최근의 문헌들은 발산적 사고와 더불어 수렴적 사고의 역할에도 주목한다(교육부, 2015a; Cropley, 2006; Kaufman, 2015; Reiter-Palmon & Arreloa, 2015; Sriraman, 2017). 2015 개정 교육과정 총론은 핵심역량 6가지 중 하나인 창의적 사고 역량을 "폭넓은 기초 지식을 바탕으로 다양한 전문 분야의 지식, 기술, 경험을 융합적으로 활용하여 새로운 것을 창출"하는 것으로 정의한다(교육부, 2015b, p.2). 이때, "새로운 것을 창출"하는 것은 발산적 사고와 연결되고 "폭넓은 기초 지식"은 창의적 사고의 다른 유형인 수렴적 사고와 관련된다. 수학과 교과과정에서도 '창의・융합'에서 발산적 사고는 "아이디어를 다양하고 풍부

---

2) 본 절의 내용은 안민웅, 이경화(2019)를 참고한 것이다.

하게 산출"하는 것과, 수렴적 사고는 "정교화"하는 것과 연결함으로써 수학적 창의성 교육에서 발산적 사고와 수렴적 사고를 모두 고려해야 한다는 입장을 드러내고 있다(교육부, 2015a, p.4).

Cropley(2006)는 제약 없이 자유로운 발산적 사고는 현실에 적용할 수 없는 산출물을 만들어내는 "유사창의성(quasicreativity)"의 위험을 내포하고 있다고 지적하며 이런 현상을 "힘 들이지 않은(effortless) 창의성"(p.392)이라 규정했다. 그에 따르면, 수렴적 사고를 통해 얻은 지식을 기반으로 직관이 형성된 후에 기발하고 새로운 아이디어를 만들 수 있기 때문에 이것은 "노력이 드는(effortful) 창의성"(p.394)이라 할 수 있다. 이에 대하여 Kaufman(2015)은 과학에서의 창의성은 독창성이 가장 중요한 예술에서의 창의성과는 차이가 있다고 주장하면서 "세상에서 가장 아름다운 다리를 건설해도 그것이 무너진다면 창의적이라고 할 수 없다."(p.250)라는 비유를 들고, 과학에서의 창의성에서는 주어진 과제에 적합한 지식과 수렴적 사고, 그리고 노력이 중요함을 강조하였다.

Reiter-Palmon & Arreloa(2015)는 같은 문제에 대하여 하나의 답안을 내도록 한 것(단일해법 문제)과 여러 답안을 내도록 한 것(다중해법 문제)이 창의성을 발현시키는 정도에 차이가 있는지 연구하였는데, 단일해법 문제를 해결한 참가자들의 답안의 질, 독창성, 정교성 점수 평균이 더 높았다고 보고했다. 연구자들은 단일해법 문제를 해결할 때는 발산적 사고와 수렴적 사고가 모두 필요하지만 다중해법 문제를 해결할 때는 발산적 사고만 필요한 것이 핵심적인 차이라고 주장했다. Sriraman(2017)도 다중해법 과제를 조망하는 창의성 연구는 창의성을 발산적 사고라는 좁은 틀에서만 해석할 위험이 내재되어 있다는 견해를 표명하고 수학적 창의성에는 발산적 사고만 관련하는 것이 아니라 서로 다른 수학적 대상의 성질들에서 피상적인 유사성을 제거한 후 추상화하고 일반화하는 과정에서 수렴적 사고가 중요한 역할을 한다고 지적하였다.

선행연구에서 공통적으로 지적하는 것은, 기존 창의성 연구에서는 발산적 사고를 집중적으로 조망해왔으나 수렴적 사고도 그에 못지않게 중요하게 다루어져야 하며 수학과 과학에서는 특히 그렇다는 것이다. 따라

서 과제를 변형할 때 수학적 창의성을 고려한다는 것은 창의성과 수학적 지식의 특성을 모두 반영하여 발산적 사고로써 새롭고 다양한 아이디어를 산출하는 기회를 제공함은 물론이고 수학의 영역 특수성을 감안하여 수렴적 사고로써 논리적, 수학적으로 표현하는 기회도 적지 않게 제공해야 함을 뜻한다고 할 수 있다.

제 2 절 질문에 의한 수학적 창의성 촉진

1. 과제에 의한 수학적 창의성 촉진

1.1 수학 수업에서 과제의 역할

수학 수업에서 과제가 학생들의 수학 학습에서 중요한 역할을 한다는 것은 국내외의 여러 연구에서 오래 전부터 강조하여 왔다(예를 들어, 김성희, 방정숙, 2005; 방정숙, 2004; Henningsen & Stein, 1997; Stein & Lane, 1996; Smith & Stein, 1998). 학생들은 과제를 해결하는 과정에서 수학적 아이디어와 기술을 배우고 연습할 수 있기 때문이다. 또한, 수학 수업에서 과제를 활용하여 학생들이 문제를 해결하고 추론하며 의사소통하게 만들 수 있기 때문에(NCTM, 2000) 학생들은 수학 수업에서 대부분의 시간을 과제에 할애한다. Hiebert et al.(2003)의 TIMSS(The International Math and Science Study) 1999 비디오 연구에서는 연구에 참여한 7개국 모두에서 수학 수업 시간의 80% 이상을 과제를 해결하는 데에 사용하는 모습이 관찰되었다.

과제가 수학 교수 학습의 기본 요소로 여겨져 온 만큼 이에 대한 국내외의 연구도 매우 많이 이루어졌다(예를 들어, 김하림, 이경화, 2017; 이경화, 문성재, 송밝음, 2018; 이근범, 2017, Doyle, 1983; Smith & Stein, 1998). 수학 수업에서 과제가 이런 위상을 차지하는 첫 번째 이유는 수학 과제가 수학적인 아이디어와 기술, 그리고 다양한 수학적 개념

등을 포함하는 수학적 활동에 학생들을 참여시킨다는 점이다. 수학 과제를 이해하고 해결하는 과정에서 학생들은 수학적 아이디어를 개념적으로, 그리고 절차적으로 개발하고 연습하는 기회를 가진다. 또 다른 이유로는 수학 과제가 학생들이 정보와 수학 아이디어를 지각하고 처리하는 방법을 선택하는 환경을 제공함으로써 학생들의 학습을 보조하도록 설계된다는 점이 있다. 학생들은 과제를 해결하면서 수학적 아이디어뿐만 아니라 과제에 포함된 수학적 개념 자체를 배우고 연습할 수 있다. 또한, 여러 종류의 다양한 수학 과제들은 서로 다른 수준이나 환경의 학생들에게 서로 다른 학습 기회를 만들어준다(Stein, Smith, Henningsen, & Silver, 2009; Hiebert & Wearne, 1993).

일반적으로, 학생들은 인지적 요구 수준이 높은 과제를 해결할 때, 그리고 교사가 수업에서 과제의 높은 인지적 요구 수준을 높게 유지할 때 더 효과적으로 학습을 하게 된다(김성희, 방정숙, 2005; 홍창준, 김구연, 2012; Hiebert & Wearne, 1993; Boston & Smith, 2009; Sullivan, Clarke, & Clarke, 2009). 과제가 낮은 수준에서 활용될 때에도, 원래의 과제 자체가 인지적 요구 수준이 높다면 학생들이 학습 목표를 달성하는 데에 도움이 안 되는 것은 아니다. 즉, 인지적 요구 수준이 높은 과제를 활용하는 것이 수업에서 교사가 그 수준을 유지하든 그렇지 않든 학생의 학습 면에서 인지적 요구 수준이 낮은 과제를 활용하는 것보다는 낫다는 의미이다(김대영, 김구연, 2014; 김정은, 이수진, 김지수, 2015; Boston & Smith; 2009; Stein & Lane, 1996).

국제 비교 연구에서도 학생들의 수학 성취도와 과제의 높은 인지적 요구 수준 사이에 상관관계가 있다는 것이 나타났다. Hiebert et al.(2003)의 TIMSS(The International Math and Science Study) 1999 비디오 연구에서 더 높은 성취도를 보인 국가의 학생들일수록 수업에서 더 높은 인지적 요구 수준의 과제를 다루었다는 것을 확인하였다. 성취도가 더 높은 국가의 수학 수업에서는 학생들에게 높은 인지적 요구 수준의 과제를 제시했을 뿐만 아니라, 교사가 수업을 진행하는 동안에도 과제의 높은 수준을 유지하였다(Stigler & Hiebert, 2004).

요약하자면, 여러 종류의 다양한 수학 과제들은 서로 다른 수준이나 환경의 학생들에게 서로 다른 학습 기회를 제공한다. 또한 학생들의 수학적 사고의 발달은 학생들이 다룬 과제의 인지적 요구 수준에 달려 있다. 수학적, 개념적 사고의 측면에서 보다 높은 인지적 요구 수준의 과제는 낮은 수준의 과제보다 학생들에게 더 많은 학습기회를 제공하는 것이다. 교사가 수업에서 인지적 요구 수준이 높은 과제를 활용하고 수업 중에 과제의 높은 인지적 요구 수준을 유지하는 것이 수업에서의 주요 목표이지만, 이에 실패한다하더라도 높은 수준의 과제로 수업을 시작하는 것이 낮은 수준의 과제로 시작하는 것보다 항상 학생들의 학습 기회를 더 늘려준다는 것이다. 즉, 수업에서 과제가 어떤 방식으로 활용되는지도 중요하지만(Steinbring, 1998) 과제의 수준 자체를 높이는 것이 선행되어야 할 필요가 있다.

1.2 수학 과제의 유형

과제는 “학생의 주의를 특정한 수학적 개념, 아이디어, 기술에 집중시킬 것을 목적으로 하는 교실 활동”으로 정의되는데(Henningsen & Stein, 1997, p.528), 교사는 학생의 학습기회를 확장하도록 과제를 설계하고 변형할 것을 요구받는다(Hoth et al., 2016; Lee, 2017; Lithner, 2017). 수학적 창의성을 촉진하기 위한 과제에 관한 연구 중 과제의 유형을 분류한 연구(박만구, 2011), 창의성 교육을 위한 교사의 과제 선택을 분석한 연구(Levenson, 2013), 창의성 관점을 고려한 예비교사의 과제 변형을 분석한 연구(Lee, 2017)를 살펴본다.

박만구(2011)는 이론적 검토를 통하여 창의성의 구성 요소를 독창성, 융통성, 유창성, 정교성, 민감성 등의 5가지로 보고 과제의 유형 방식에 따라 크게 4가지로 분류하고 그 하위 유형을 16개의 과제로 나누어 창의성의 구성 요소와 연결하였다. 첫 번째 과제 유형의 방식은 표현 방식으로서 세부적인 과제의 성격에 따라 ① 다양한 해법 요구, ② 해법 선호도 요구, ③ 문장제 만들기 요구, ④ 유사과제 요구, ⑤ 과제의 변형 요

구, ⑥ 쓰기 활동 요구, ⑦ 개방형에 대한 표현 요구 등의 7개의 과제를 포함한다. 두 번째 과제 유형의 방식은 추론 방식으로서 이 방식의 과제에는 ① 직관적 추론하도록 하는 요구, ② 일반화를 추론하도록 하는 요구 등의 2개 과제가 있다. 세 번째 과제 유형의 방식은 자료 사용 방식으로서 ① 역할놀이 활용, ② 문학작품 활용, ③ 퍼즐, 게임, 마술 활용, ④ 다양한 자료 활용 등의 4개 과제가 이 방식에 포함된다. 마지막 과제 유형의 방식은 내용의 제시 방식으로서 ① 고정관념을 뛰어넘는 과제, ② 융합적이고 종합적인 과제, ③ 삶을 바꾸는 과제 등이 있다.

Levenson(2013)은 교실에서 수학적 창의성을 신장시키는 것을 목표로 할 때 교사가 어떤 과제를 왜 선택하는지 알아보기 위하여 5명의 교사의 사례를 수집하였다. 교사들은 교과서나 보조교재의 여러 과제 중에서 수학적 창의성을 촉진한다고 생각되는 단 하나의 과제를 선택하고 그 과제를 선택한 이유를 서술하였다. 교사들이 선택한 총 43개의 과제는 과제 출처, 하위 과제의 수, 표현 방법, 의사소통 요구, 표면적 특성, 해답의 수 등 6개의 기준에 따라 분류되었다. 교사들이 선택한 과제 중 27개는 교과서에서, 16개는 그 이외의 자료에서 선택한 것이다. 여러 개의 하위 과제들로 이루어진 과제가 29개였고 교사들은 이것이 학생들이 스스로 생각할 새로운 기회를 제공한다고 여겼다. 하나의 주요 과제만 있는 것은 14개로, 여러 하위 과제들로 이루어진 과제보다 그 수가 적었다. 또한, 교사들은 창의성을 촉진하는 데에 다양성을 주요한 요인으로 언급하며 언어적, 수치적, 시각적 표현 중 어느 하나만을 사용하기 보다는 이들의 조합으로 이루어진 과제를 선택하였다. 과제의 대부분인 35개가 다양한 표현을 담고 있었으며 8개의 과제는 언어적 표현만을 담고 있었다. 과제에서 동료 학생 또는 교사와의 의사소통을 명시적으로 요구한 과제가 11개, 그렇지 않은 과제가 32개로서 교사들은 창의성과 관련하여 의사소통에 대한 부분을 다른 부분보다 중요하게 생각하고 있지 않았다. 정답의 개수와 관련해서는 23개의 과제에 하나의 정확한 정답이 있었고 20개의 과제에는 두 개 이상의 정답이 있어 그 개수가 비슷하였다. 한편, 저자는 과제가 수업 장면에서 어떻게 실행되는지에 따라 수학적 창의성

촉진에 적합하다고 평가된 과제가 학생들의 창의적 사고를 이끌어내지 못할 수도 있고, 반대로 학생들의 창의적 사고를 유발하는 데에 부적절해 보이는 과제가 학생들의 창의적 사고를 이끌어낼 수 있다고 언급하였는데, 이는 과제 변형 자체와 수업에서의 활용이 모두 중요하다는 주장(Steingbring, 1998)과 그 궤를 같이 한다.

<표 2-1> 발산적 과제와 수렴적 과제 분류 기준(Lee, 2017, p.999)

발산적 과제	수렴적 과제
새로운 것을 발견하는가? 알고 있는 것을 새로운 관점에서 조망하는가? 관점을 이동하는가? 위험을 감수하는가? 기존 지식을 확장하는가? 새로운 가능성을 보는가? 개방형인가? 비구조화되어 있는가? 다양한 해법을 만드는가? 수학적 아이디어와 표현을 독특하게 하는가?	사실을 상기하는가? 기존 지식을 적용하는가? 논리적이고 정확한가? 정답을 만들어내는가? 정교화해야 하는가? 구조화되어 있는가? 수학적인 사실과 표현을 인식하는가? 알고리즘과 원칙을 따르는가?

Lee(2017)는 예비교사들이 발산적 사고와 수렴적 사고를 고려하며 교과서의 과제를 변형한 과제와 변형 과제를 활용한 교수실험(micro-teaching) 자료를 수집하였다. 저자는 창의성을 “발산적 사고와 수렴적 사고의 융합(confluence)”이라고 보아(Lee, 2017, p.996) 발산적 사고와 수렴적 사고의 고려 유무에 따라 변형 과제의 4사분면 모델을 제시하였다. 이 연구에서 과제를 수렴적 과제와 발산적 과제로 분류한 기준은 위의 <표 2-1>과 같다. 저자는 예비교사들이 발산적 사고의 기회를 확장하도록 과제를 변형한 후 이것을 교수실험에 활용할 때는 수렴적 사고를 강조해 “권위(orthodoxy)”(수렴적 사고는 고려했으나 발산적 사고는 간과한 경우)에 해당하는 과제의 비율이 높아지고 “창의성”(수렴적

사고와 발산적 사고를 모두 고려한 경우)에 해당하는 과제의 비율이 낮아지는 것에 주목하였는데, 이에 대하여 예비교사들은 학생들이 새롭고 친숙하지 않은 내용을 다루는 상황이기 때문에 단서를 주어야 한다고 설명하였다. 이것은 Levenson(2013)와 Steinbring(1998)의 주의와 마찬가지로, 창의적 사고를 촉진하도록 과제를 변형하는 것과 수업 장면에서 학생들의 창의적 사고가 실제로 촉진되는 것은 서로 상관관계가 있을 수 있으나 인과관계는 없을 수 있으므로 변형 과제 분석과 더불어 수업에서 학생들의 창의적 사고가 구현되는 양상도 관찰해야 함을 시사한다.

2. 발문에 의한 수학적 창의성 촉진

2.1 수학 수업에서 발문의 역할

교사의 발문은 수학 교실에서 이루어지는 교사-학생, 학생-학생 담론의 핵심으로서 수학 교수-학습에서 매우 중요한 역할을 담당한다(강완, 장윤영, 정선혜, 2011; 문지혜, 박만구, 2012; 안민웅, 이경화, 2019; Boaler & Brodie, 2004; Klein, 2007; NCTM, 2000; Sahin, 2013). 수학 교실에서 이루어지는 모든 담화가 수학에 대한 학생들의 이해와 관련된다고 볼 수 없듯이 교사의 모든 발문이 학생들의 수학에 대한 이해를 보조하거나 학습 기회를 확장하는 것은 아니다(Dong, Seah, & Clarke, 2018; Fernandez, 1994; Martino & Maher, 1999; Robitaille & Maldonado, 2015; Sahin & Kulm, 2008).

수학 교사의 발문에 대한 선행연구들은 발문을 크게 두 가지 범주로 구분하였다(Blosser, 1987; Cotton, 1989; Hiebert & Wearne, 1993; Morgan & Saxton, 2006). 첫 번째 범주는 학생들에게 절차를 상기하도록 하거나 단순한 사실 정보를 진술하도록 요구하는 발문으로서 이때 교사의 초점은 학생 답변의 정답 여부에 있다. 다른 하나의 범주는 학생들에게 자신들의 이해를 분명하고 명확히 할 기회를 주며 반성적으로 사고하도록 요구하는 발문으로서 학생의 비판적 사고를 발전시키면서 수업에

서의 학생 참여도를 높일 수 있는 발문이다.

교사가 학생들로 하여금 수학적인 내용을 이해할 수 있도록 돕기 위하여 질문을 하는 것은 학생에게 스스로의 생각이나 추론을 언어적으로 표현할 기회를 주는 것만은 아니다. 질문이 아닌 다른 방식으로는 확인할 수 없는 학생의 생각에 교사가 접할 수 있는 기회를 교사 스스로에게 주는 것이기도 하기 때문이다(Martino & Maher, 1999; Watson & Konicek, 1990). 학생들이 무슨 생각을 하고 있는지 알면 교사가 주어진 교수 환경에 더 적합한 교육적 조치를 취할 수 있다(Franke et al., 2009). 더불어 이와 같은 발문은 교사가 수학 지식의 소유자로서 학생에게 전달하는 방식이 아니므로 교사와 학생 사이에서 학습에 대한 책임을 공유하게 된다(Ferris, 2014; Gall, 1970). 학생들은 각자의 생각을 공유하고 상대방의 생각에 노출됨으로써 여러 아이디어들을 연결하거나 자신이 이해한 것에 대하여 반성하고 재평가할 수 있게 된다.

그러나 교사의 발화가 단순한 사고를 요구하는 절차적인 발문 또는 학생들의 참여를 이끌어내지 못하는 첫 번째 범주의 발문으로 간주되는 데에는 발문의 의미나 형태만이 아니라 교사가 이를 활용하는 방식에도 영향을 미친다(안민웅, 이경화, 2019; 조진우, 박민선, 이경화, 이은정, 2016; Boaler & Brodie, 2004; Sahin & Kulm, 2008; Temple & Doerr, 2012). 사실을 상기하거나 단순한 정보에 초점을 둔 질문은 새로운 수학 내용을 학습하는 데에 기초를 설정하는 데에 중요한 역할을 할 수 있다(Boaler & Brodie, 2004; Sahin & Kulm, 2008; Wood, 1998). 이런 질문들은 학생들이 무의식적으로만 소유하고 있는 사전 지식과 경험을 조명 또는 상기할 수 있게 하고 관련된 맥락을 떠올릴 수 있도록 한다. 하지만 그럼에도 불구하고 단순한 사실 확인을 요구하거나 암기했던 지식을 떠올리도록 요구하는 이런 형태의 질문이 교사 질문의 지배적인 형식이 되어서는 안 된다는 것이 여러 연구자들의 공통된 의견이다(예를 들어, 강완 외, 2011; 문지혜, 박만구, 2012; 백소영 외, 2014; 신보미, 2017; 안민웅, 이경화, 2019; 이기숙, 김원경, 2006; 한정민, 박만구, 2010; 홍진곤, 김윤희, 2012; Boaler & Brodie, 2004; Cotton, 1989; Dong et al., 2018;

Gall, 1970; Sahin & Kulm, 2008; Wood, 1998).

2.2 수학 수업 발문의 유형

교사의 발문을 분석하기 위하여 여러 연구에서 그 유형을 분류하였는데, 대표적인 분류 기준으로는 발문의 내용(Boaler & Brodie, 2004; Vacc, 1993)과 인지적 요구 수준(Anderson et al., 2001; Bloom, 1956; Cotton, 1989)이 있다. 특히, 수학적 창의성의 관점을 반영하여 발문을 연구한 국내의 선행연구(문지혜, 박만구, 2012; 안민웅, 이경화, 2019)를 중심으로 우리나라의 수학 수업에서 나타나는 발문의 유형을 살펴본다.

Boaler & Brodie(2004)는 기존의 교육과정을 따라 공부한 교사와 개정(reform-oriented) 교육과정을 따라 공부한 교사의 발문 유형 차이를 분석한 연구에서 발문을 그 내용에 따라 ① 정보를 수집하거나 절차를 유도하는 질문, ② 전문 용어를 사용하도록 요구하는 질문, ③ 수학적 의미와 관계를 탐구하도록 요구하는 질문, ④ 사고의 명확화를 요구하는 질문, ⑤ 방향 및 초점을 설정하는 질문, ⑥ 연결과 적용을 요구하는 질문, ⑦ 사고를 확장하도록 하는 질문, ⑧ 논의를 생성하는 질문, ⑨ 맥락을 설정하는 질문의 9가지로 세분화하여 제시하였다. 이를 수학적 창의성 관점에서 다시 정리하면 기존 지식을 이용하도록 하며 수학적, 논리적 정확성을 요구하는 ①~⑤ 유형의 발문은 수렴적 발문이고 새로운 수학적 대상 또는 사실을 발견하고 탐구하도록 하는 ⑥~⑨ 유형의 발문은 발산적 발문이라 할 수 있다(안민웅, 이경화, 2019). 연구 대상은 6명의 중학교 교사였는데 ① 유형의 발문이 가장 높은 빈도로 관찰되었다. 기존의 교육과정을 따라 공부한 교사들의 발문은 거의 대부분 이 유형에 해당하였고 개정 교육과정을 따라 공부한 교사들의 발문도 이 유형의 발문이 70% 내외를 차지하였다. 아홉 가지 유형의 질문 중 학생의 개념적 이해와 관련되는 ③ 유형과 학생들의 담론 참여를 이끄는 ⑧ 유형의 발문은 개정 교육과정을 따라 공부한 교사들에게서만 나타났다. 이와 달리, 교사가 학생들의 생각을 보다 명확히 알 수 있도록 하는 ④ 유형의 발문

은 대부분의 교사들이 활용하였다.

Bloom(1956)은 7단계의 질문 분류 체계를 제시하였는데, 이것은 낮은 단계부터 순서대로 지식, 이해, 적용, 분석, 종합, 평가로 이루어진다. 예를 들어, 지식 유형의 질문은 “원의 정의는 평면상의 한 정점으로부터 일정한 거리에 있는 점들의 집합인가?”와 같이 단순 사실을 회상하여 답을 할 수 있는 것으로서 가장 낮은 수준의 질문이다. 이 질문의 답변 형식을 ‘예/아니오’의 형태에서 학생에게 보다 자율성을 줄 수 있게 “원의 정의가 무엇인가?”라고 질문하는 것도 Bloom(1956)의 기준에서는 여전히 지식 유형으로서 수준이 낮은 질문이다. 그러나 Boaler & Brodie(2004)에 따르면 전자의 질문은 ① 유형이지만 후잔의 질문은 수학적 정의에 대하여 고민하게 만드는 ③ 유형의 질문이고 만약 “평면상의 한 정점으로부터 일정한 거리에 있는 점들의 집합을 지칭하는 수학용어는 무엇인가?”와 같이 질문한다면 전문용어를 사용하도록 요구하는 ② 유형의 질문이다. 한편, Bloom(1956)의 2단계 질문인 이해 유형은 이해한 정보, 즉 학습한 내용을 설명하게 하는 것이다. 지식과 이해 유형의 질문은 기존 지식 상기, 하나의 정답 요구, 수학적 사실 표현 사용과 연결되므로 수학적 창의성의 관점에서 수렴적 질문이라고 할 수 있다(안민웅, 이경화, 2019). Bloom(1956)과 안민웅, 이경화(2019)의 주장을 종합하면, 기존의 지식을 상기하게 만드는 수렴적 질문은 낮은 수준의 질문으로, 추론과 비교 그리고 이것을 통한 판단을 요구하는 발산적 질문은 높은 수준의 질문으로 간주할 수 있다.

Cotton(1989)은 이것을 단순화하여 인지적 요구 수준이 높은 질문과 낮은 질문의 두 단계로 구분하였다. Cotton(1989)도 지식 유형과 폐쇄형 질문 등의 수렴적 질문을 수준이 낮은 질문으로 간주하고 적용, 분석, 종합, 평가 유형과 개방형 질문 등의 발산적 질문을 수준이 높은 질문으로 간주하였다. 그러나 Cotton(1989)은 이해 유형의 수렴적 질문을 낮은 수준이라고 여기지는 않았다. 예를 들어, “임진왜란이 발발한 연도는 몇 년인가?”와 같은 수렴적 질문과 “원의 정의가 무엇인가?”와 같은 수렴적 질문이 질적으로 같을 수는 없다는 것이다. 특히, 답이 하나이더라도 기

존에 습득한 정보를 여러 방식으로 조합하고 조작하여 답을 만들게 하는 질문과 만들어낸 답을 논리적 증거를 기반으로 정당화하게 만드는 질문을 높은 수준의 질문이라고 하였다. 두 질문은 각각 학생들로 하여금 이해한 정보를 바탕으로 다양한 풀이 방법을 생각하게 만들고 생각을 정교화하도록 하는 수렴적 질문(안민웅, 이경화, 2019)이다. 이에 더하여, Cotton(1989)는 풀이 방법이나 답의 개수를 늘리도록 요구하는 단순한 형태의 발산적 발문을 했을 때 개별 답변의 길이는 짧아질 가능성이 있다고 하였다. 따라서 단순히 다양한 풀이 방법과 답안을 요구한다고 하여 학생의 탐구 기회가 확장되는 것이 아니라 오히려 깊은 사고를 저해하여 단순한 답변을 양산할 수도 있으므로 높은 수준의 질문을 던지는 것이 아닐 수도 있다. 이상의 논의를 종합하여 발문의 유형을 정리하면 아래의 <표 2-2>와 같다.

<표 2-2> 발문의 유형

<table>
<tr><th>연구자</th><th>Cotton
(1989)</th><th>Bloom
(1956)</th><th>Boaler & Brodie
(2004)</th></tr>
<tr><td rowspan="11">유형</td><td rowspan="2">낮은 수준</td><td rowspan="2">지식</td><td>정보 수집 또는
절차 유도</td></tr>
<tr><td>전문 용어 사용</td></tr>
<tr><td rowspan="3">높은 수준</td><td rowspan="3">이해</td><td>수학적 의미와 관계
탐구</td></tr>
<tr><td>사고의 명확화</td></tr>
<tr><td>방향 및 초점 설정</td></tr>
<tr><td>낮은 수준
(다른 해답 생성)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">높은 수준</td><td>적용</td><td>연결과 적용</td></tr>
<tr><td>분석</td><td>사고 확장</td></tr>
<tr><td rowspan="2">종합</td><td>논의 생성</td></tr>
<tr><td>맥락 설정</td></tr>
<tr><td>평가</td><td></td></tr>
</table>

문지혜, 박만구(2012)는 초등학생의 수학적 창의성을 촉진하기 위한 전략으로서 열린 발문을 활용한 교수 자료를 개발하고 이를 활용한 수업에서 나타나는 교사의 발문을 분석하였다. 이들은 연구 결과로 6가지의 열린 발문 유형이 수학 수업에서 창의적 사고를 자극할 수 있다고 제시하였는데 공통점과 차이점 묻기, 빈칸으로 바꾸기, 논리적으로 추론하게 하기 등의 세 가지는 수업 계획 단계에서 준비할 수 있는 유형으로, 질문의 방향 바꾸기, 이유 설명하게 하기, 학생들 답변 사이에 연결고리 만들기 등의 세 가지는 수업 상황에서 교사가 즉흥적으로 구사해야 하는 유형으로 제안하였다. 이들은 또한 열린 발문의 효과가 상위권 학생과 하위권 학생 모두에게 있음을 확인하며 하나의 공통된 열린 발문으로 모든 학생들이 각자의 수준에서 창의성을 신장할 수 있다고 주장하였다.

안민웅, 이경화(2019)는 수학적 창의성에 대한 연구가 주로 영재를 대상으로 이루어져 왔음을 지적하며 중학교의 일상적인 수학 수업에서 한 경력교사가 활용하는 질문을 수학적 창의성의 관점에서 분석하였다. 이들은 과제와 발문을 포괄하여 질문의 유형을 재생적 질문, 수렴적 질문, 발산적 질문으로 분류하고 그 하위 유형까지 분류한 질문 분석틀을 제시하였다. 재생적 질문은 사실을 상기하는 질문과 절차를 유도하는 질문으로 구성되며, 수렴적 질문은 수학적인 용어를 사용하도록 하는 질문, 수학적 의미를 탐구하도록 하는 질문, 명확화 또는 정교화하도록 하는 질문, 정당화하도록 하는 질문, 초점을 설정하도록 하는 질문으로 구성된다. 발산적 질문은 다른(여러) 정답을 만들어내도록 하는 질문, 새로운 것을 발견하도록 하는 질문, 새로운 것과 연결 또는 추론하도록 하는 질문, 논의를 촉발하는 질문으로 구성된다. 이들은 교사 발문의 개별 유형을 양적으로 조사하지는 않고 교사 질문의 패턴에 주목하여 수렴적 과제와 발산적 과제를 해결할 때 교사가 어떤 발문을 활용하는지 분석하였다. 연구자들은 과제와는 다른 유형의 발문(예를 들어, 수렴적 과제와 발산적 발문, 발산적 과제와 수렴적 발문의 조합)이 창의성을 촉진하기에 적합하다고 주장하며 교사가 상황에 맞게 적절한 질문 패턴을 형성해야 한다고 강조하였다.

제 3 절 기하와 확률 영역 수업에서의 발문

교사의 발문에 대한 국내의 연구는 한 명의 교사가 하나의 내용 영역을 1~6차시 수업한 자료를 분석하거나 여러 명의 교사 또는 예비교사가 1인당 1~2차시의 서로 다른 내용 영역을 수업한 자료를 분석하였다. 강완 외(2011), 백소영 외(2014), 이기숙, 김원경(2006), 홍진곤, 김윤희(2012)의 연구에는 기하와 확률 영역 수업에서의 발문에 대한 연구 결과가 모두 수록되어 있고 신보미(2017)의 연구는 확률 영역 수업에서의 발문에 대한 것이다. 이 연구들을 중심으로 기하와 확률 영역 수업에서의 발문 실태에 대하여 살펴본다.

1. 기하 영역 수업에서의 발문

강완 외(2011)는 경력 2년차 신임교사가 진행한 초등학교 5학년 도형 단원의 5차시 수업의 발문 유형을 분석하였다. 이들은 Morgan & Saxton(2006)이 이용한 발문 유형 분류틀의 확인을 위한 발문, 이해를 위한 발문, 성찰을 위한 발문을 "수학 교육에서의 발문"(p.294)로 규정하고 여기에 창의성 신장을 위한 발문을 추가한 분류틀을 개발하여 분석하였다. 이때 창의성을 신장시키기 위한 발문은 유창성을 촉진하는 발문, 유연성을 촉진하는 발문, 독창성을 촉진하는 발문 등의 세 가지 하위 유형으로 구분하였다. 연구 결과 사실 확인을 위한 발문이 69%로 대부분을 차지하였고 하위 유형별로는 기초적인 지식 회상 확인형 발문이 36%로 가장 많았으며 그 뒤를 이어 학생들의 경험이나 지식을 표현하게 하기 위한 확인형 발문이 23%로 관찰되었다. 도형 단원에서 나타난 사실 확인을 위한 발문의 예시로는 "지금 사다리꼴이 몇 개 있어요?", "한 쌍이 평행인 사각형을 뭐라고 한다고요?", "평행사변형을 구하는 공식으로는?" 등이 있었다. 이해를 위한 발문은 25%였고 그 예시로는 "그럼 두 쌍 말고 이 그림은 무슨 그림이에요?", "사다리꼴은 어떻게 설명할 수 있을까요?" 등을 제시하였다. 성찰을 위한 발문은 6%로 "수학 교육에서

의 발문”(p.294) 중 가장 적었으며 그 예시로는 “무엇이 들어있을까요?”, “특별한 날에 많이 하는 거 뭐가 있습니까?” 등으로 도형 단원에서의 질문 특성이라고 볼 수는 없었다. 반면 창의성을 촉진하는 발문은 하나도 없는 것으로 보고되었으며 연구자들은 유창성을 촉진하기 위하여 질문을 열린 형태로 할 것을, 유연성을 촉진하기 위하여 학생들이 자신의 답변을 정당화할 수 있는 기회를 줄 것을, 독창성을 촉진하기 위하여 다른 방법은 없을지 고민해 볼 시간을 줄 것을 제안하였다.

백소영 외(2014)는 수업 시연에 나타나는 예비 수학교사들의 발문 유형과 특성을 분석하였는데, 분석 대상 수업 중 기하 단원의 수업은 3차시였다. 이들은 Blosser(1987)의 발문 분류 체계를 기준으로 질문의 유형을 분류하였다. 이 체계 하에서 발문은 크게 폐쇄적 발문과 개방적 발문으로 구분되며 폐쇄적 발문은 다시 재생적 발문, 제안적 발문, 예상적 발문, 적용적 발문으로, 개방적 발문은 확산적 발문과 평가적 발문으로 구분된다. 기하 영역의 3차시 수업에서는 재생적 발문이 67%로 가장 큰 비중을 차지하였고 제안적 발문이 20%, 예상적 발문이 6%, 평가적 발문이 5%, 적용적 발문이 2%, 확산적 발문이 1%로 그 뒤를 이었다. 즉, 폐쇄적 발문이 94%, 개방적 발문이 6% 활용된 것이다. 연구자들은 기하 영역에서 재생적 발문이 가장 많이 활용된 이유를 여러 도형의 개념과 성질을 교사가 설명했기 때문이라고 주장하였으며, 도형의 성질에 대한 추측을 해보게 하는 제안적 발문도 높은 비율로 활용된 것으로 해석하였다. 하지만 학생들이 형성한 추측에 대한 정당화를 요구하는 평가적 발문은 거의 활용되지 않았으며, 확산적 발문의 경우 구의 부피를 구하는 다양한 방법을 생각해보게 할 때 단 한 차례 사용된 점을 지적하였다.

이기숙, 김원경(2006)은 4명의 중학교 수학교사들의 각 2차시 수업의 발문을 분석하였는데 백소영 외(2014)와 마찬가지로 Blosser(1987)의 분류틀을 사용하였다. 한 명의 교사(B교사)는 통계 영역 1차시 수업과 기하 영역 1차시 수업을 하였고 또 한 명의 교사(C교사)는 기하 영역 2차시 수업을 하였다. 연구자들은 B교사의 발문 유형의 비가 두 차시에서 차이가 난다는 점에 주목하였다. 통계 영역 수업에서보다 기하 영역 수

업에서 개연적 발문의 비율이 18%포인트 높게 나타났기 때문이다. 이에 대하여 이들은 통계 영역에서는 개념 이해와 간단한 문제 해결이 주를 이루었으나 도형 영역에서는 “닮았다는 것은 무엇을 의미할까요?”, “중심각이 2배가 되면 어떤 현상이 생길까요?”와 같이 수학적 개념과 원리에 관련된 발문이 더 많이 활용되었다고 해석하였다. 기하 영역 두 차시를 수업한 C교사의 경우도 1차시보다 2차시에서 개연적 발문의 비가 높았는데 연구자들은 이것을 교구 활용에서 기인한 것으로 보았다. 1차시에서는 설명식으로 수업을 진행하였지만 2차시에서는 교구를 활용하며 여러 회전체의 모양을 예측해보도록 하는 발문을 구사하였기 때문이라는 것이 그 이유였다.

한정민, 박만구(2010)는 수학적 창의성 관점에서 교과서의 발문과 교사 3명의 발문을 분석하였다. 분석 대상은 초등학교 4학년의 삼각형 관련 3차시 수업이었다. 이들은 창의적 사고를 촉진하는 발문으로 확산적 발문, 과정에 중심을 둔 발문, 개방적 발문, 탐구적 발문을 제시하였는데 2명의 교사에게서는 어떤 유형도 관찰되지 않았고, 한 명의 교사의 발문 중 7.1%가 창의적 사고를 촉진하는 발문으로 관찰되었다. 이와 달리 양자택일 발문과 기억 재생 발문 등 단순한 사고만을 필요로 하는 발문은 세 명의 교사에게서 모두 40%가 넘는 것으로 확인되었다. 이에 연구자들은 교사들이 주로 재생적 발문을 활용하고 있다는 점을 지적하고 교사가 의식적으로 수학적 창의성을 촉진할 수 있는 발문을 구사해야 한다고 주장하였다. 하지만 연구자들은 연구 대상 수업의 발문 특성을 기하 영역과 관련하여 설명하지는 않았고 수학적 창의성의 구성 요소인 독창성, 유창성, 융통성, 정교성, 민감성 신장을 위한 대안적인 발문을 제시하였다.

홍진곤, 김윤희(2012)도 중학교 수학 교사의 발문 특성을 분석하기 위하여 5명의 교사 사례를 수집하였는데 이 중 한 명의 교사가 기하 영역의 1차시 수업을 진행하였다. 이들도 Blosser(1987)의 분류 체계를 활용하였는데, 기하 영역을 수업한 교사의 발문 중 폐쇄적 발문이 65%, 개연적 발문이 35%를 차지하였다. 다섯 명의 교사는 모두 다른 영역을 수업

하였으나 연구자들은 각 교사의 발문 유형의 차이를 영역의 차이에 따른 것으로 보지는 않았다. 대신에 이들은 교사를 설명식 수업을 하는 교사 세 명과 활동식 수업을 하는 교사 두 명으로 구분하여 후자 집단의 개연적 질문 비율이 더 낮다는 점을 지적하였다. 연구자들은 이 교사들이 학생들에게 여러 활동을 하게는 하지만 실제적으로 학생들의 사고를 자극할 수 있는 질문 전략은 부족한 것으로 해석하였다.

2. 확률 영역 수업에서의 발문

백소영 외(2014)의 연구에서 확률과 통계 영역은 2차시가 분석되었다. 확률과 통계 영역에서도 재생적 발문이 64%로 가장 큰 비중을 차지하였으며 제안적 발문이 24%, 예상적 발문이 6%, 적용적 발문이 6%로 그 뒤를 이었으며 확산적 발문과 평가적 발문은 없는 것으로 관찰되었다. 기하 영역에서 학생들에게 도형의 성질에 대한 추측의 기회, 그리고 그 추측에 대한 정당화의 기회를 주었던 것과 달리 확률과 통계 영역에서는 학생들의 탐구를 촉진한다기보다 교사가 개념을 설명하는 방식으로 수업이 이루어졌음을 지적하였다. 다만, 예상적 발문과 적용적 발문이 각각 6%밖에 활용되지 않았지만 다른 영역에서보다 “많이”(p.411) 나타났다고 언급하였다.

신보미(2017)는 Morgan & Saxton(2006)의 발문 분석틀을 이용하여 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 수업에서 교사 발문의 특징을 분석하였다. 분석 결과, 정보 확인을 위한 발문이 87%로 가장 많은 것으로 나타났으며 이해 형성을 위한 발문이 13%를 차지하였고 성찰을 촉진하는 발문은 전혀 활용되지 않았다. 특히, 정보 확인을 위한 발문의 하위 유형 6가지 중 사실을 기억하도록 하는 발문이 전체의 64%일 정도로 가장 많았다. 이 연구에서는 이에 더하여, 확률 단원의 내용 요소와 관련하여 어떤 발문이 제기되는지를 보기 위하여 사건 A와 사건 B가 영향을 미치는지 여부와 관련되는 발문, 확률의 곱셈정리가 지닌 의미를 다루기 위한 발문, ‘동시에’의 의미를 구체적으로 살펴보는 발문이 있는지를 조

사하였다. 두 사건이 서로 영향을 미치는지 아닌지에 대한 발문은 학생들에게 제기되지 않았다. 확률의 곱셈정리와 관련해서는 교사가 이와 관련한 발문을 제기하기는 하였지만 학생들이 직접 그 의미를 탐구해보도록 질문했다기보다는 교사가 자신의 생각을 먼저 전달하고 나중에 그 의미를 이해한 것인지 학생에게 확인하는 패턴으로 발문이 이루어진 것으로 연구자는 판단하였다. '동시에'라는 표현의 의미와 관련해서는 교사의 발문이 '동시에'의 의미를 제한적으로만 이해되게 할 위험이 있으며 수업에서 활용된 과제도 대부분이 '동시에'의 의미를 제한적으로 이해하게 할 위험이 있다고 지적하였다. 확률 단원의 내용 요소에 대한 발문이 학생들의 이해에 도움을 주지 못할 수 있다는 지적은 정보 확인을 위한 발문이 발문의 대부분을 차지한다는 사실과 무관할 수 없을 것이다. 사실을 상기하고 기억을 재생하는 발문만을 통해서는 학생의 능동적이고 깊은 탐구를 촉진하는 데에 제한적이기 때문이다.

이기숙, 김원경(2006)이 분석한 4명의 수학교사 중 한 명이 함수 단원 1차시와 확률의 성질 단원 1차시를 수업하였고 나머지 3명의 교사 중 확률 영역을 수업한 교사는 없었다. 함수 단원의 수업보다 확률 단원의 수업에서 개연적 발문의 비율이 14%포인트 높은 것으로 나타났다. 연구자들은 확률 수업은 실생활과 밀접한데, 교사가 확률 단원에서 실생활 관련 발문을 많이 했기 때문이라고 주장하였다. 그러면서 "확률을 알고 카지노에 간다면 어떨까요?", "비가 올 확률이 40%라면 우산을 가지고 가야하나요?", "로또 복권은 확률과 관련이 있는데 왜죠?" 등을 개연적 발문의 예시로 제시하였다. 그러나 이 교사가 수업한 다른 단원인 함수 단원도 실생활과 밀접한 단원이기 때문에 이와 같은 해석이 타당한지 살펴볼 필요가 있다.

홍진곤, 김윤희(2012)가 수집한 5명의 교사 사례 중 기하 영역과 마찬가지로 한 명의 교사가 확률과 통계 영역의 수업을 진행하였다. 확률과 통계 영역 수업에서는 폐쇄적 발문이 97%, 개연적 발문이 3%로 거의 대부분의 발문이 폐쇄적 발문이었다. 또한, 폐쇄적 발문 중 인지, 기억적 발문이 전체의 87%로서 폐쇄적 발문 중 수렴적 발문도 거의 활용되지

않았다. 이 교사는 기하 영역을 수업한 교사와 함께 활동식 수업을 진행한 교사인데, 앞서 언급하였듯 설명식 수업을 진행한 수업에서 오히려 개연적 발문의 비율이 더 높았다. 연구자들은 학생들이 스스로 생각하여 답하는 것을 기대하지 않는 교사의 태도를 그 이유로 제안하였다.

제 3 장 연구 방법 및 절차[3]

제 1 절 연구 대상

기하 영역과 확률 영역의 교과서와 변형 과제 분석을 위하여 연구 참여 교사가 과제를 변형할 때 참고하였던 교과서 2종과 이에 대한 교사의 변형 과제를 연구 대상으로 선정하였다. 교과서 2종은 모두 2009 개정 교육과정에 따라 집필되었고 기하 영역의 교과서는 류희찬 외(2014)이며 확률 영역의 교과서는 고호경 외(2013)이다. 각 영역별 교과서와 변형 과제 분석 대상 단원은 <표 3-1>에 제시한 것과 같다.

<표 3-1> 영역별 과제 분석 대상 단원

<table>
<tr><th>영역</th><th>학년</th><th>대단원</th><th>중단원</th><th>소단원</th></tr>
<tr><td rowspan="2">기하</td><td rowspan="2">중1</td><td rowspan="2">평면도형</td><td rowspan="2">원과 부채꼴</td><td>원과 부채꼴</td></tr>
<tr><td>부채꼴의 중심각과 호 사이의 관계</td></tr>
<tr><td>확률</td><td>중2</td><td>확률</td><td>확률과 그 기본 성질</td><td>확률의 뜻과 그 성질</td></tr>
</table>

기하 영역과 확률 영역의 교사 변형 과제와 3차시 수업 발문을 분석하기 위하여 서울시 소재 일반 남자 중학교의 교사 1명을 연구 대상으로 선정하였다. 교사는 20년의 교직경력을 가지고 있는 수학교육전공자로서 수학과 이학석사학위를 소지하고 있다. 또, 수학 특유의 논리와 구조를 강조하여 이것을 학생들이 직접 구성하게 만드는 방향으로 수업을 설계한다는 수학교육연구자와 동료교사의 평판이 있다. 연구 참여 교사는 2017년 3월부터 일반 학생을 대상으로 하는 일상적인 수업에서 학생의

3) 본 장의 내용은 안민웅, 이경화(2019)의 기하 영역 관련 내용을 기초로 하여 확률 영역 관련 내용을 추가한 것이다.

창의성 촉진을 위한 과제 개발 및 적용에 대한 연구에 참여중인 상태였다. 과제 변형 단계에서 교과서를 참고하였고 수업은 개발된 과제를 중심으로 진행되었다. 교사의 수업은 수학교육연구자 1명과 수학교육전공 대학원생 2명에 의해 관찰되었으며 매 수업 이후에 과제 설계 및 수업 진행에 대한 교사의 성찰 면담이 진행되었다. 면담을 통해 교사가 과제와 발문, 즉 질문에 의하여 일상수업에서 학생의 수학적 창의성을 촉진할 필요성에 공감하고 있으며 일상수업에서 이를 실천하고자 노력한다는 점을 확인하였다.

수업은 교사가 개발한 과제를 해결하는 방식으로 이루어졌고, 각 과제를 해결하는 단계는 '① 교사의 지시 ② 모둠토론 ③ 학생 발표 ④ 교사의 정리'와 같으며 경우에 따라 모둠토론이 생략되고 바로 학생 발표로 이어지기도 하였다.

제 2 절 연구 절차

본 연구를 수행한 연구 절차는 <표 3-2>에 제시한 것과 같다.

<표 3-2> 연구 절차

연구 절차	연구 내용	연구 기간
연구 주제 선정 및 문헌 연구	- 연구 주제 선정을 위한 자료 탐색 - 관련 연구 자료 수집 및 분석	2017.09 ~ 2017.11
연구 계획 수립	- 연구 계획 수립 및 연구 방법 설계 - 연구 대상 선정 및 사전 협의	2017.09 ~ 2017.11
1차 자료 수집	- 기하 영역 과제(교과서, 교사 변형) 수집 - 기하 영역 수업 녹화 - 수업 후 반구조화된 면담	2017.09 ~ 2017.12
1차 연구 실행	- 기하 영역 교과서 분석 - 기하 영역 교사 변형 과제 분	2017.12 ~ 2018.02

	석 - 기하 영역 수업 내용 전사	
연구 계획 수정	- 연구 범위 확대 - 연구 문제 재설정	2018.02 ~ 2018.03
2차 자료 수집	- 확률 영역 과제(교과서, 교사 변형) 수집 - 확률 영역 수업 녹화 - 수업 후 반구조화된 면담	2018.03 ~ 2018.06
2차 연구 실행	- 확률 영역 교과서 분석 - 확률 영역 교사 변형 과제 분석 - 확률 영역 수업 내용 전사	2018.06 ~ 2018.08
연구 결과 분석	- 연구 결과 자료 분석 및 해석	2019.09 ~ 2019.02
연구 논문 작성	- 연구 결과 정리 및 논문 작성	2019.03 ~ 2019.06

제 3 절 자료 수집

본 연구에서 분석한 기하 영역 수업은 2017년 9월에 진행되었다. 학생들은 상반기 한 학기 동안 교사의 수업 방식에 적응하여 조별활동과 발표 등의 수학적 논의에 능동적으로 참여하였다. 또한, 이 수업은 학기 초반에 진행되어 교사와 학생 모두 수업 참여에 있어 정기고사나 학교 행사 등의 외부 요인에 의한 영향을 받지 않아 자연스러운 환경의 교실을 관찰할 수 있었다.

본 연구에서 분석한 확률 영역 수업은 2018년 3월에 진행되었다. 기하 영역과 달리 학년 초에 진행된 수업이라 2017년도에 연구 참여 교사의 수업을 들은 학생과 다른 교사의 수업을 들은 학생이 수학적 논의에 참여하는 정도에 차이가 있었다. 하지만 기하 영역에서는 없었던 확률 실험 등의 활동 위주로 수업이 이루어져 전반적으로 학생들이 능동적으로 참여하는 모습을 확인할 수 있었다.

교사가 수업에서 활용한 개발 과제를 한글 파일 형태로 차시당 1부씩 기하 영역과 확률 영역에서 각 3부씩 총 6부를 수집하였다. 변형 과제의 특징을 파악하기 위하여 교사가 과제 개발 당시 참고한 교과서도 기하

영역과 확률 영역에 대하여 각 1부씩 총 2부를 수집하여 분석 대상에 포함하였다. 교사의 교수행동과 학생들의 답변을 관찰하기 위하여 각 차시마다 세 개의 영상 녹화 자료와 여섯 개의 음성 녹음 자료를 수집하였다. 길이는 모두 50분 내외이고 한 개의 영상은 교사를 녹화한 것이며 두 개의 영상은 두 개 조의 활동을 녹화한 것이다. 음성 자료 여섯 개는 각 조의 활동을 녹음한 것이다. 각 차시의 수업이 끝난 후 과제 변형의 의도를 확인하기 위하여 교사와 반구조화된 면담을 25분가량 실시하였다. 교사의 발문을 분석하기 위하여 교사를 녹화한 영상 자료를 전사하였고 다른 자료들은 전사 자료를 보충하거나 학생의 답변 및 기타 교실 환경을 파악하는 데에 활용되었다.

제 4 절 자료 분석

1. 과제 분석 방법

본 연구에서는 Lee(2017)의 과제 분석틀을 사용하되 과제와 발문을 질문이라는 하나의 범주 아래 동일한 차원에서 분석하기 위하여 수렴적 과제에서 재생적 과제를 분리한 새로운 틀(<표 3-3>))을 적용하였다. 분석 단위는 질문의 기능을 하는 일련의 문구이다. 즉, “각 A의 크기를 구하고, 그 이유를 설명하시오.”와 같은 문장은 “각 A의 크기를 구하”라는 과제와 “그 이유를 설명하”라는 과제의 두 과제로 분석하였다. 이와 반대로, 두 개의 문장이 기능상 하나의 질문의 역할을 할 경우에는 하나의 과제로 분석하였다. 여러 소문항으로 이루어진 하나의 과제의 경우에는 소문항 각각을 하나의 과제로 간주하였다. 지시문은 동일하지만 학생이 해결해야 하는 문제 상황이 같다고 볼 수는 없기 때문이다(안민웅, 이경화, 2019). 예를 들어, [그림 4-1]의 과제에서 (1), (2), (3)은 각각 하나의 과제로서 분석 대상이 되었다. 또한, 세 개의 과제 모두 과제 분석틀의 재생적 과제 항목에 해당하는 “사실을 상기하는가?”, “기존 지식을 적용하는가?”, “정답을 만들어내는가?”의 기준에 부합하는 과제들이므로 세

개의 재생적 과제인 것으로 분석하였다.

<표 3-3> 과제 분석틀

재생적 과제	수렴적 과제	발산적 과제
사실을 상기하는가? 기존 지식을 적용하는가? 정답을 만들어내는가?	논리적이고 정확한가? 정교화해야 하는가? 구조화되어 있는가? 수학적인 사실과 표현을 인식하는가? 알고리즘과 원칙을 따르는가?	새로운 것을 발견하는가? 알고 있는 것을 새로운 관점에서 조망하는가? 관점을 이동하는가? 위험을 감수하는가? 기존 지식을 확장하는가? 새로운 가능성을 보는가? 개방형인가? 비구조화되어 있는가? 다양한 해법을 만드는가? 수학적 아이디어와 표현을 독특하게 하는가?

2. 발문 분석 방법

본 연구에서는 안민웅, 이경화(2019)에서 기하 영역의 수업 분석 과정에서 사용한 발문 분석틀을 확률 영역에서도 동일하게 적용하여 두 영역의 발문을 비교하였다. 구체적인 발문의 유형은 <표 3-4>와 같다. 분석 단위는 질문의 기능을 하는 일련의 발화이다. 즉, 평서문이더라도 기능상 질문의 역할을 하는 “왜 그렇게 생각하는지 말해보세요.”와 같은 발화는 발문의 범주에 포함하였다. 반면, 의문문이더라도 수업 내용과는 관련 없이 수업환경을 정돈하기 위한 발문과 교사 본인의 반복된 발문은 분석 대상에서 제외하였다. 수업을 전사한 후 발문 분석을 용이하게 하기 위하여 교사와 학생의 발화에 순서대로 수업 영역과 차시, 그리고 발화자

를 포함한 일련번호를 부여한 후 발문 분석틀에 따라 교사의 발문에 코드를 부여하였다. 예를 들어, <에피소드 1>의 첫 번째 행의 발화에 ‘G1-T’라는 코드의 의미는 ‘기하 영역 1차시 수업-교사의 발화’이며 그 뒤의 숫자 ‘72’는 ‘1차시 수업 교실 담화 중 72번째 발화’를 뜻한다. 교사의 72번째 발화가 아니라 한 차시 수업에서 수집된 72번째 발화이다. 확률 영역은 ‘P’로, 학생의 발화는 ‘S’로 표기하였다. 또한, <에피소드 1>의 첫 번째 발문에 ‘Ce’라는 코드를 부여한 것은 “원이란 무엇인가?”라는 질문이 수학적 의미를 탐구하도록 하는 질문이라는 것을 뜻한다. 이와 같은 발문은 배웠던 사실을 상기하게 한다는 점에서 재생적 발문이라고 볼 수도 있으나 “초등학생 때 배웠던 원의 뜻에 대해서 말해볼까요?”와 같이, 이미 배웠다는 사실을 명시적으로 드러내는 발문과는 차이가 있다. 그러므로 원이라는 수학적인 대상에 대하여 스스로 생각해보게 하는 수렴적 발문으로 간주할 수 있다.

<표 3-4> 발문 분석틀(안민웅, 이경화, 2019, p.38)

유형		코드	설명
재생적 발문		Rr	사실을 상기(recall)하는 질문
		Rl	절차를 유도(lead)하는 질문
생산적 발문	수렴적 발문	Ct	수학적인 용어(terminology)를 사용하도록 하는 질문
		Ce	수학적 의미를 탐구(exploration)하도록 하는 질문
		Cc	명확화(clarification) 또는 정교화하도록 하는 질문
		Cj	정당화(justification)하도록 하는 질문
		Cf	초점을 설정(focus)하도록 하는 질문
	발산적 발문	Ds	다른(여러) 정답(solution)을 만들어내도록 하는 질문
		Dd	새로운 것을 발견(discover)하도록 하는 질문
		Dl	새로운 것과 연결(link) 또는 추론하도록 하는 질문
		Dp	논의를 촉발(provoke)하는 질문

제 4 장 연구 결과

제 1 절 기하 영역 분석

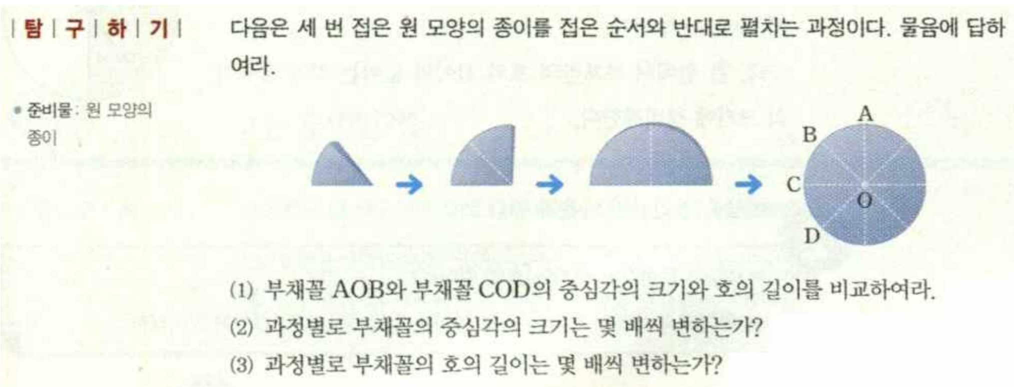
1. 교과서의 기하 영역 과제 분석

중학교 1학년 기하 영역 중 원과 부채꼴 단원에서 수학적 창의성 관점에 따른 교과서 과제의 분석 결과는 아래 <표 4-1>과 같다.

<표 4-1> 기하 영역 교과서 과제 분석 결과

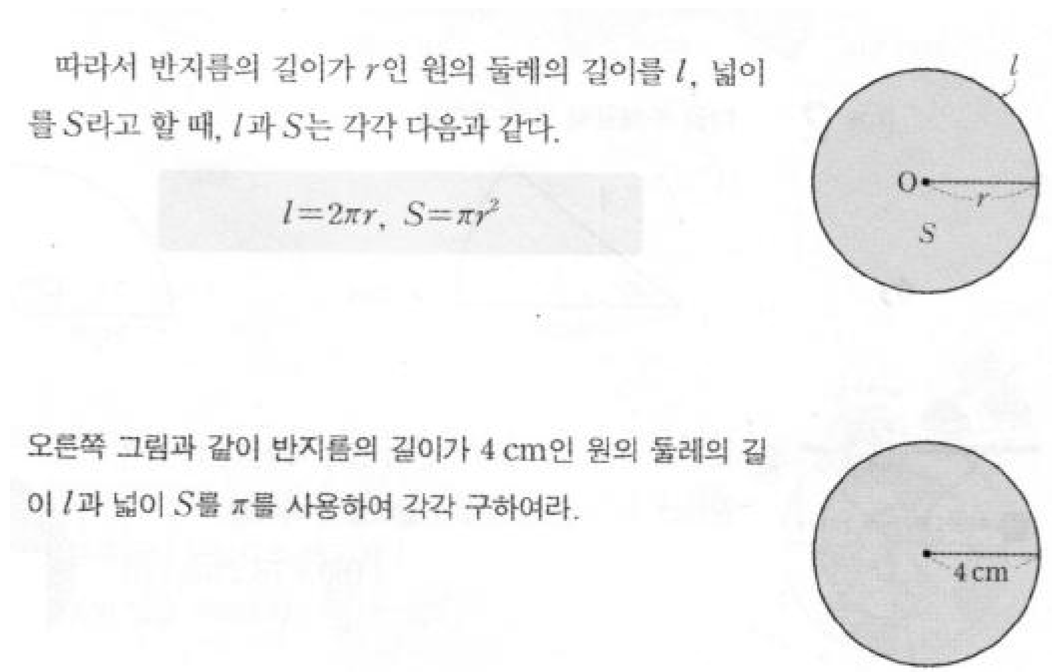
유형	개수	비율(%)
재생적	19	79.2
수렴적	5	20.8
발산적	0	0.0
계	24	100.0

교과서에 있는 24개의 과제 중 재생적 과제가 19개(29.2%)로 가장 큰 비중을 차지하였고 수렴적 과제가 5개(20.8%)로 그 뒤를 이었으며, 발산적 과제는 한 개도 없는 것으로 나타났다.



[그림 4-1] 기하 영역 교과서의 재생적 과제 1(류희찬 외, 2014, p.265)

모든 재생적 과제는 Lee(2017)의 분류 기준 중 두 개 이상을 충족하였다. 위 [그림 4-1]의 과제는 학생들로 하여금 ‘기존 지식을 적용’하고 ‘정답을 만들어내도록’ 한다. 세 개의 과제를 아우르는 이름은 ‘탐구하기’로서 표면적으로는 원과 부채꼴의 어떤 요소 사이에 존재하는 수학적인 관계를 탐구하도록 만들지만 각각의 과제의 지시문을 보면 학생 스스로 탐구하는 기회가 제한된다는 점을 확인할 수 있다. ‘중심각의 크기’, ‘호의 길이’라는 대상을 명시함으로써 원과 부채꼴이라는 도형의 어떤 요소에 주목해야 하는지 자유롭게 탐구할 기회를 제공하지 못하고 있거나(과제 (1)) 이들 사이의 어떤 수학적 관계에 주목해야 하는지 “몇 배”라는 표현을 사용하여 직접적으로 언급하고 있기 때문이다(과제 (2), (3)). 학생들은 이 과제를 해결하며 원과 부채꼴 사이에 비례관계가 있다는 사실을 학습할 수 있지만 그 학습 과정에서 자유롭게 사고할 수 있는 기회는 보장받지 못하기 때문에 이 과제들은 수학적 창의성의 관점에서 수렴적 과제나 발산적 과제라고 보기 어렵다.


따라서 반지름의 길이가 r인 원의 둘레의 길이를 l, 넓이를 S라고 할 때, l과 S는 각각 다음과 같다.

$$l=2\pi r,\ S=\pi r^2$$

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 4 cm인 원의 둘레의 길이 l과 넓이 S를 π를 사용하여 각각 구하여라.

[그림 4-2] 기하 영역 교과서의 재생적 과제 2(위의 책, p.267)

부채꼴의 호의 길이

반지름의 길이가 r이고 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 호의 길이를 l이라고 하면

$$l = 2\pi r \times \frac{x}{360}$$

다음 부채꼴의 호의 길이를 구하여라.

[그림 4-3] 기하 영역 교과서의 재생적 과제 3(위의 책, p.268)

위 [그림 4-2]와 [그림 4-3]의 과제도 '기존 지식을 적용'하고 '정답을 만들어내도록'한다는 점에서 재생적 과제로 분류되었다. 다만, [그림 4-1]의 과제와 '기존 지식을 적용'하는 맥락은 다르다. [그림 4-1]의 과제에서 답을 구하는 데에는 초등학교에서 학습한 비와 비율 개념만을 숙지하고 있는 것으로 충분하지만 아래의 두 과제([그림 4-2], [그림 4-3])를 해결하는 데에는 원과 부채꼴 사이의 비례 관계를 이해하는 것 즉, 새로 학습한 내용에 대한 충분한 이해가 필요하다. 따라서 아래의 두 과제는 학생들이 새롭게 학습한 수학적 관계를 논리-수학적인 표현으로 정리할 수 있도록 이끄는 수렴적 과제의 역할을 할 수 있다. 그러나 과제 바로 앞에 이미 논리-수학적으로 정돈된 공식을 제시함으로써 해당 과제들을 해결하는 데에는 그저 수치를 대입하여 계산하는 행위만 필요로 하게 되었다. 다시 말하면, 과제 자체는 원과 부채꼴 사이의 비례 관계 이해와 이에 대한 수학적 표현을 학생에게 요구하지만 미리 제시된 공식과 함께 있는 과제는 학생에게 그저 '문자와 식'에서의 대입과 사칙연산만을 요구한다.

| 탐 | 구 | 하 | 기 | 초등학교 때 배운 원주율에 대하여 생각해 보고, 물음에 답하여라.

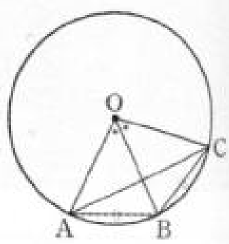
(1) 원주율이 무엇인지 설명하여라.

(2) 초등학교 때 사용하였던 원주율의 값을 말하여라.

[그림 4-4] 기하 영역 교과서의 수렴적 과제와 재생적 과제(위의 책, p.267)

하나의 맥락 안에서 서로 비슷하게 보이지만 다른 유형으로 분류된 과제도 있다([그림 4-4]). 아래의 (1)번 과제는 ‘원주율’이라는 수학적 표현, 또는 수학적 용어의 뜻을 학생들이 생각해보게 하는 수렴적 과제로 분류되었다. 물론 원주율은 ‘원의 지름의 길이에 대한 원의 둘레의 길이의 비율’이라는 하나의 표현으로 정의되지만, “원주율이 무엇인지 설명”하라는 지시문에 대하여 학생들은 언어적인 표현, 수학적인 표현, 시각적인 표현 등을 동원하여 다양한 방식으로 응답할 수 있으므로 그저 초등학교 때 배운 ‘사실을 상기’하는 재생적 과제라고 볼 수는 없다. 하지만 (2)번 과제는 ‘3.14’라는 단일한 ‘정답을 만들어내’고 그 ‘사실을 상기’하도록 하므로 재생적 과제로 분류되었다.

다음을 이용하여 한 원에서 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는 이유를 설명하여라.



[그림 4-5] 기하 영역 교과서의 수렴적 과제(위의 책, p.266)

한편, [그림 4-5]의 과제는 ‘수학적인 사실을 인식’하고 ‘논리적’인 설명을 요구한다는 점에서 수렴적 과제로 분류되었다. 문제 해결의 중요한 단서를 그림을 통해 제공한다거나 ‘한 원에서 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.’라는 수학적 성질을 지문을 통해 제시한다는 점에서 학생들의 수학적 사고나 창의성을 촉진하기에 일정 부분 한계는 있

다고 볼 수 있다. 하지만 [그림 4-1]의 과제처럼 비례하는지, 혹은 비례하지 않는지에 초점을 맞추도록 하는 것이 아니고, 비례하지 않는다는 수학적인 사실을 이해하고 이것이 타당한 이유를 학생 스스로의 표현으로 설명하도록 하고 있으므로 수렴적 과제라고 보았다.

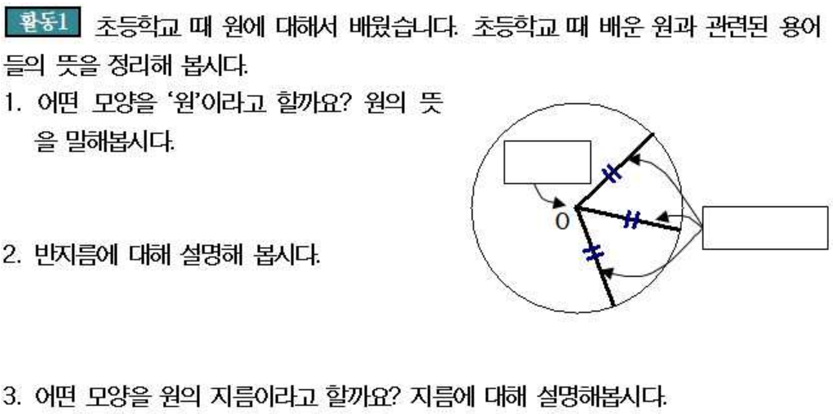
2. 교사의 기하 영역 변형 과제 분석

중학교 1학년 기하 영역 중 원과 부채꼴 단원에서 수학적 창의성 관점에 따른 교사 변형 과제의 분석 결과는 아래 <표 4-2>와 같다.

<표 4-2> 기하 영역 교사 변형 과제 분석 결과

유형	개수	비율(%)
재생적	5	22.7
수렴적	11	50.0
발산적	6	27.3
계	22	100.0

교사는 교과서 과제를 변형하여 22개의 과제를 수업에서 활용하였다. 가장 많은 수를 차지한 유형의 과제는 수렴적 과제(11개, 50.0%)였으며 발산적 과제(6개, 27.3%)와 재생적 과제(5개, 22.7%)는 비슷한 정도를 차지하였다.


활동1 초등학교 때 원에 대해서 배웠습니다. 초등학교 때 배운 원과 관련된 용어들의 뜻을 정리해 봅시다.

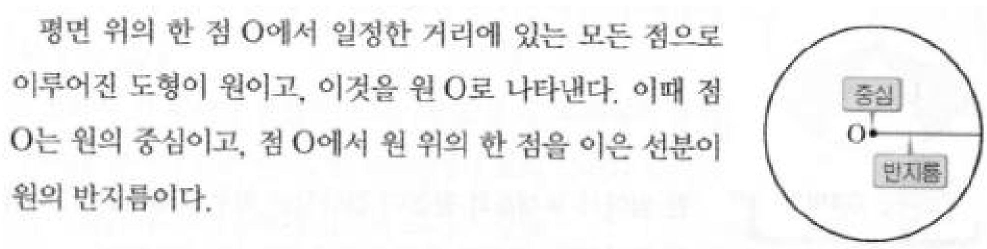
1. 어떤 모양을 '원'이라고 할까요? 원의 뜻을 말해봅시다.

2. 반지름에 대해 설명해 봅시다.

3. 어떤 모양을 원의 지름이라고 할까요? 지름에 대해 설명해봅시다.

[그림 4-6] 기하 영역 교사 변형의 수렴적 과제 1

위 [그림 4-6]의 교사 변형 과제는 [그림 4-4]의 교과서 과제와 유사한 형태로서 수학 용어의 뜻을 학생들이 설명해보도록 하는 과제이다. 학생들이 초등학교에서 이미 원, 반지름, 지름의 뜻을 학습한 만큼 이 과제들이 '사실을 상기'하게 하는 재생적 과제라고 볼 수도 있을 것이다. 하지만 이 과제는 원과 부채꼴 단원의 가장 앞 부분에 제시된 과제로서 원을 구성하는 여러 요소들이 부채꼴과는 어떤 관계가 있는지, 이에 따라 원과 부채꼴 사이에는 어떤 관계가 있는지 단원 전반에 걸쳐 탐구할 수 있도록 초점을 명확히 해주는 역할을 한다. 교과서에서 이 부분을 어떻게 서술하고 있는지를 살펴보면 차이가 더 명확해진다.


평면 위의 한 점 O에서 일정한 거리에 있는 모든 점으로 이루어진 도형이 원이고, 이것을 원 O로 나타낸다. 이때 점 O는 원의 중심이고, 점 O에서 원 위의 한 점을 이은 선분이 원의 반지름이다.

[그림 4-7] 원과 반지름의 뜻에 대한 교과서의 설명(위의 책, p.263)

교사가 설계한 학습지와 마찬가지로 교과서도 원과 반지름의 뜻([그림 4-7])을 단원 초반부에서 언급한다. 그러나 교사 변형 과제([그림 4-6])은 질문의 형태로 학생들이 생각해 볼 기회를 제공하는 반면 교과서는 이 내용을 지문의 형태로 제시하여 학생들이 읽어 보도록 한다. 즉, 교과서에서 원주율의 뜻을 직접 서술하기보다는 학생들이 생각해보도록 하였듯([그림 4-4]) 교사는 원과 반지름의 뜻에 대해서도 학생들에게 이와 같은 기회를 주고자 한 것이다.

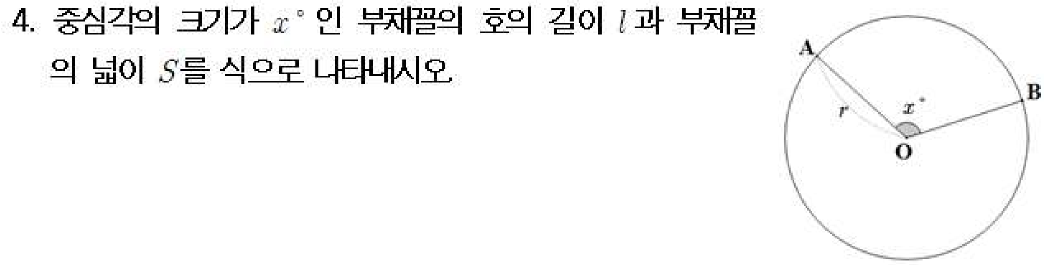
이와 같이 교과서 과제에 이미 활용되고 있는 형태로 지문을 변형한 것과 더불어, 특정한 지문 자체를 삭제하여 재생적 과제를 수렴적 과제로 변형한 경우도 관찰되었다.

5. 원주율의 정확한 값은 $3.141592653\cdots$ 과 같이 한없이 계속되는 무한소수임이 알려져 있습니다. 이러한 원주율을 기호로 π와 같이 나타내고, 이것을 '파이'라고 읽습니다. 반지름의 길이가 r인 원의 둘레의 길이를 l, 넓이를 S라고 할 때, 원의 둘레, 원의 넓이를 기호 π를 사용하여 나타내시오.

6. 반지름의 길이가 10인 원의 둘레의 길이와 넓이를 기호 π를 사용하여 나타내시오.

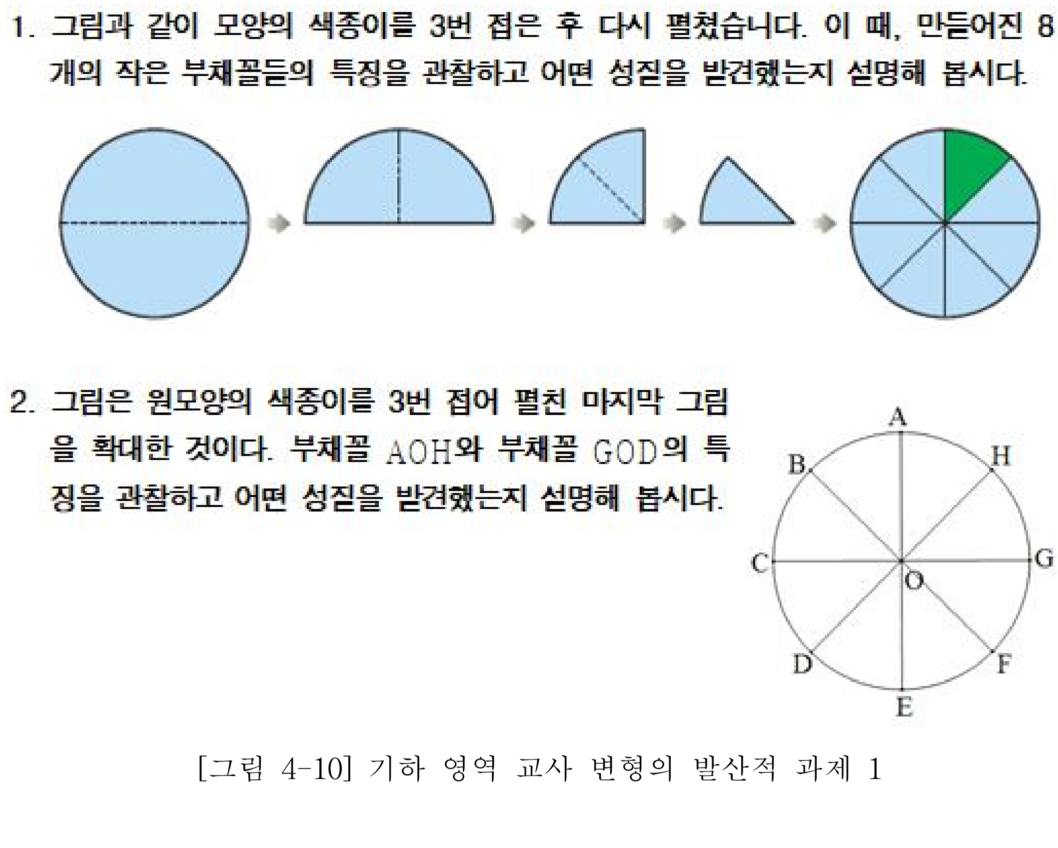
[그림 4-8] 기하 영역 교사 변형의 수렴적 과제 2

위 [그림 4-8]의 과제는 [그림 4-2]의 교과서 과제와 구조는 동일하다. 먼저 원의 둘레와 넓이를 각각 원주율 기호 π와 반지름의 길이 r을 이용하여 나타낸 후, 구체적인 수치(특정한 반지름 값)에 대하여 이를 계산해보는 과제이다. 교과서와 교사 변형 과제의 차이점은, 교과서 과제는 전반부를 설명으로 제시하고 후반부만 학생이 직접 해결하도록 요구한다면 교사 변형 과제는 전, 후반부 모두 학생이 해결하도록 요구한다는 점이다. 앞에서 교과서 전반부는 학생에게 어떤 형태로도 질문을 하고 있지 않기 때문에 과제의 형식을 띤다고 볼 수 없었고 후반부도 수치 대입만으로 해결할 수 있다는 이유로 재생적 과제로 분류됨을 살펴보았다. 하지만 이와 달리, 교사 변형 과제 전반부는 원과 부채꼴 사이의 비례관계라는 '수학적 사실을 인식'하여 이것을 '논리적'으로 '수학적 표현'으로 '정교화'해야 하는 전형적인 수렴적 과제라고 할 수 있다. 마찬가지로, 후반부 과제는 교과서 과제와 완전히 같지만 학생이 만들어 낸 수학적 표현, 또는 원의 둘레와 넓이를 구하는 '알고리즘'을 따르는 경험을 하게 만드는 것으로서 과제를 수행하며 학생이 수행하는 절차는 전혀 다르다. 따라서 동일한 형태의 과제더라도 그 기능상 교과서 과제는 재생적 과제로, 교사 변형 과제는 수렴적 과제로 분류되었다. 이와 비슷하게, 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 대수적으로 표현하는 과제 또한 교과서에서는 설명으로 제시되었으나([그림 4-3]) 교사는 이것을 학생들이 직접 탐구하도록 변형하였다.



[그림 4-9] 기하 영역 교사 변형의 수렴적 과제 3

발산적 과제 6개는 각각 원과 부채꼴 사이의 비례 관계를 발견하는 데에서, 그리고 이 수학적 관계를 대수적으로 표현하는 데에서 활용되었다. 전자는 원과 부채꼴을 관찰한 후 수학적 성질을 서술하라는 과제([그림 4-10])이고, 후자는 원 또는 부채꼴의 한 요소의 크기를 구하기 위하여 어떤 요소들의 크기를 알아야 하는지 찾아보라는 과제([그림 4-11])이다.



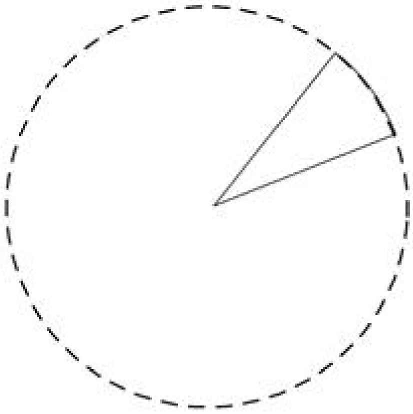
[그림 4-10] 기하 영역 교사 변형의 발산적 과제 1

원과 부채꼴 사이의 관계를 탐구하는 [그림 4-10]의 과제를 보면, 두 과제에 주어진 삽화가 교과서의 삽화([그림 4-1])와 비슷함을 알 수 있다. 하지만 교사의 변형 과제는 재생적 과제로 분류된 교과서 과제와 달리 발산적 과제로 분류되었다. 교과서에서 “몇 배” 차이가 나는지 명시적으로 비례관계에 주목하게 만든 것과 달리 그저 주어진 도형을 관찰하고 ‘어떤 성질을 발견했는지 설명해’보게 하기 때문이다. 이것은 ‘새로운 것을 발견’하게 하면서 본질적으로 ‘개방형’ 과제이며 해법 또한 ‘다양’하기 때문에 Lee(2017)의 발산적 과제 기준에 부합한다. 이와 같은 과제를 해결하며 학생들은 비례관계에만 국한하여 두 도형, 그리고 두 도형 사이의 관계를 탐구하는 것이 아닌, 두 도형 사이에 존재할 수 있는 다양한 수학적 성질에 대하여 탐구할 수 있게 된다. 학생들이 다양한 답을 산출하지 못하고 비례관계밖에 발견하지 못한다 하더라도 모종의 ‘새로운 가능성’을 탐구하는 경험을 할 수 있다는 점에서 이는 발산적 과제인 것이다. 더불어, 이러한 비례관계를 다양한 언어적 표현과 수학적 표현으로 설명할 수도 있을 것이다.

원과 부채꼴 사이의 비례 관계에 대한 교과서의 재생적 과제를 발산적 과제로 변형한 위([그림 4-10])의 경우와 달리, 다음 쪽에 있는 [그림 4-11]의 과제는 교과서에는 없던 내용의 과제이다. 반지름의 길이와 중심각의 크기가 주어진 채 호의 길이([그림 4-3])와 부채꼴의 넓이를 구하는 과제는 있으나 이 값을 찾기 위하여 어떤 요소에 주목해야 하는지 묻는 과제는 없었다. 또한, 호의 길이와 부채꼴의 넓이가 주어졌을 때 반지름의 길이를 찾는 과제는 전혀 없었다. 즉, 교과서에서는 문제를 해결하는 데에 필요한 정보가 과잉도, 부족도 아니게 주어졌기 때문에 학생들은 답을 구하기 위하여 주어진 공식에 수치를 대입하는 단순한 계산 절차만 밟게 될 가능성이 있다. 그러나 이 과제들처럼 구체적인 수치를 모두 제거한 채로 문제를 해결하기 위해 필요한 정보를 ‘발견’하게 하는 발산적 과제는 학생들이 원과 부채꼴 사이의 관계에서 주목해야 할 요소가 무엇인지, 그리고 그 관계를 논리-수학적으로 어떻게 표현해야 하는지 탐구하는 과정을 도울 수 있다.

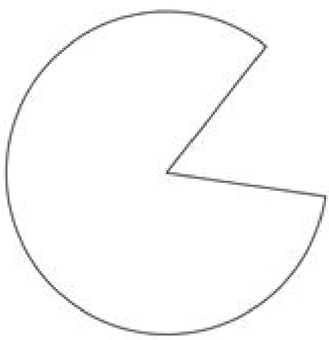
탐구 활동 2 지구는 너무나 거대하기 때문에 반지름을 잴 수가 없습니다. 수학적인 방법을 이용하여 지구의 반지름을 최초로 알아낸 사람은 수학자 에라토스테네스입니다.

1. 지구의 반지름을 알아내기 위해 조사해야 하는 자료가 무엇일지 다음 그림에 표시해 봅시다. 왜 그런지 설명해 봅시다.



탐구 활동 3 다음 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 계산하려고 합니다. 묻음에 답하시오. [준비물 : 자, 각도기, 계산기]

1. 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 계산하기 위해 필요한 정보는 무엇일지 생각하고 구하시오. (단, 모든 정보는 소숫점 첫째자리에서 반올림한다.)



필요한 정보	A		
	중심각		
측정값			

[그림 4-11] 기하 영역 교사 변형의 발산적 과제 2

교사 변형 과제 중 가장 낮은 비중을 차지한 재생적 과제는 원 위에서 정의되는 여러 도형의 뜻([그림 4-12])과 원주율([그림 4-13])에 대한 과제로 각각 2개, 3개 활용되었다.

2. 아래의 학생들이 설명하는 도형을 주어진 원에 그리시오.

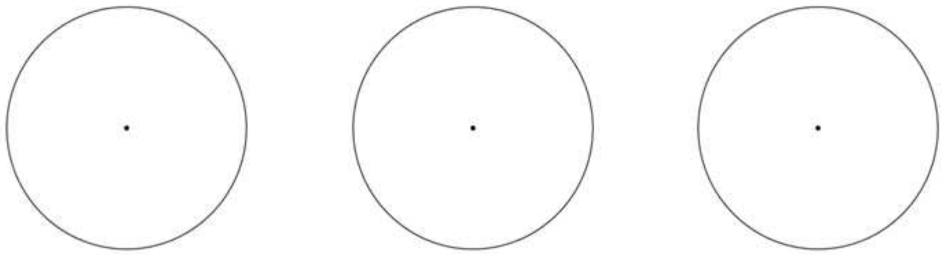
태윤: 중심이 O인 원 위에 두 점 A, B를 잡으면 원이 두 부분으로 나누어지는데 이 두 부분을 각각 호라고 한다. **호** AB는 두 점 A, B를 양 끝 점으로 하는 짧은 부분이다. 이를 기호로는 $\widehat{AB}$로 표기한다.

도윤 : 원 위의 두 점을 이은 선분을 현이라 한다. **현** AB는 원 위의 두 점 A, B를 양 끝 점으로 하는 선분이다. 이를 기호로는 $\overline{AB}$로 표기한다.

지호 : 중심이 O인 원의 두 반지름 OA, OB와 호AB로 이루어진 도형을 **부채꼴** OAB라 한다.

상훈 : 두 반지름 OA, OB로 이루어진 $\angle AOB$를 부채꼴 OAB의 **중심각**이라 한다.

연재 : 중심이 O인 원에서 현CD와 호CD로 이루어진 도형을 **활꼴**이라 한다.



[그림 4-12] 기하 영역 교사 변형의 재생적 과제 1

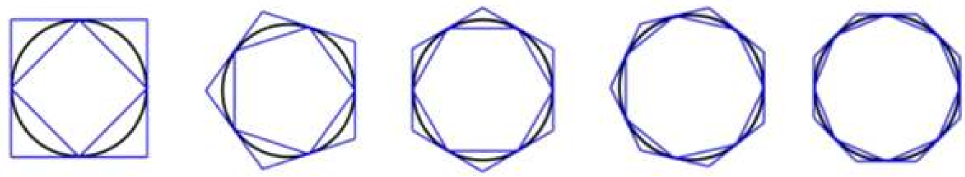
위 [그림 4-12]의 과제는 주어진 도형의 뜻을 보고 원 위에 표시하는 과제로서 학생들의 새로운 용어 학습을 돕기 위하여 설계된 것이다. 교과서에서는 설명과 삽화를 함께 제공하고 있는데 교사는 학생들이 설명을 보고 그림을 그리도록 하였다. 이와 같이 변형함으로써 학생들이 용어의 뜻에 더 주의를 기울일 가능성은 높다고 하겠으나, 주어진 설명을 있는 그대로 따라하게 하는 목적이 있는 과제이기 때문에 재생적 과제로 분류되었다. 원주율에 대한 과제 또한 역사적 배경을 소개한다는 점에서 학생들의 흥미를 불러일으키거나 수학적 이해의 폭을 넓이고 깊이를 깊게 만들 가능성도 있으나, 주어진 제시문을 표에 요약하는 과제이므로 수렴적 과제나 발산적 과제로 볼 수는 없었다([그림 4-13]).

지름에 대한 원둘레 길이의 비(원둘레÷지름)인 원주율의 값을 정확히 구하려는 노력은 고대에서 시작하여 지금까지 계속되고 있습니다. 고대 바빌로니아와 성경에는 원주율을 약 3으로 사용하였고, 고대 이집트에서는 원주율을 3.1604…로 사용하였습니다.

이 원주율을 과학적으로 계산한 최초의 사람은 고대 그리스 수학자 아르키메데스(Archimedes:B.C.287~212)로 알려져 있습니다. 그는 원의 안과 밖에 접하는 정96각형의 둘레를 계산하여 원주율이 $\frac{223}{71}$과 $\frac{22}{7}$사이에 있다는 것을 발견하였습니다.

480년경에 중국의 학자 조충지(祖沖之:429~500)는 원주율을 $\frac{355}{113}$으로 나타내었습니다.

1600년대 독일의 루돌프 판 퀼런이 소수점 이하 35자리까지 계산하였습니다. 전자계산기가 발명되었을 때 수학자들은 가장 먼저 원주율의 값을 구했습니다. 1949년 전자계산기 에니악(ENIAC)으로 원주율을 소수 2037째 자리까지 구하였고, 2005년 일본 도쿄 대학의 가네다 야스마사 교수는 컴퓨터를 사용하여 소수점 1,241,100,000,000자리까지 구하였습니다. 2010년 일본의 한 회사원이 소수점 이하 5조 자리까지 컴퓨터를 사용하여 약 90일에 걸쳐 계산하였습니다.



3. 위 글을 읽고 아르키메데스와 조충지가 발견한 원주율을 비교하시오.

인물	발견시기	사용한 원주율의 값	계산기로 구한 값과 소수 몇 째 자리까지 같은가
아르키메데스			
조충지			

[그림 4-13] 기하 영역 교사 변형의 재생적 과제 2

3. 교사의 기하 영역 수업 발문 분석

중학교 1학년 기하 영역 중 원과 부채꼴 단원에서 수학적 창의성 관점에 따른 교사 수업 발문의 분석 결과는 다음 쪽의 <표 4-3>과 같다.

<표 4-3> 기하 영역 수업 발문 분석 결과

개수(열비율)

유형	코드	1차시	2차시	3차시	전체
재생적 발문	Rr	36 (36.0)	39 (31.2)	34 (41.5)	109 (35.5)
	Rl	3 (3.0)	5 (4.0)	6 (7.3)	14 (4.6)
수렴적 발문	Ct	8 (8.0)	4 (3.2)	0 (0.0)	12 (3.9)
	Ce	11 (11.0)	8 (6.4)	2 (2.4)	21 (6.8)
	Cc	3 (3.0)	13 (10.4)	9 (11.0)	25 (8.1)
	Cj	2 (2.0)	10 (8.0)	6 (7.3)	18 (5.9)
	Cf	1 (1.0)	10 (8.0)	4 (4.9)	15 (4.9)
발산적 발문	Ds	19 (19.0)	17 (13.6)	4 (4.9)	40 (13.0)
	Dd	3 (3.0)	10 (8.0)	5 (6.1)	18 (5.9)
	Dl	5 (5.0)	1 (0.8)	2 (2.4)	8 (2.6)
	Dp	9 (9.0)	8 (6.4)	10 (12.2)	27 (8.8)
계		100	125	82	307

세 차시의 수업에서 나타난 교사의 발문은 총 307개였다. 발문의 유형별로는 재생적 발문이 123개(40.1%)로 가장 많이 활용되었고, 발산적 발문(93개, 30.3%)과 수렴적 발문(91개, 29.6%)이 비슷한 빈도로 활용되었다. 세부 유형별로는 사실을 상기하는 발문이 109개(35.5%)로 가장 많이 활용되었고 다른(여러) 정답을 만들어내도록 하는 발문이 40개(13.0%)로 그 뒤를 이었으며 나머지 유형의 발문들은 모두 10.0% 이하의 빈도로 활용되었다. 이 발문들은 논의를 촉발하는 발문(27개, 8.8%), 명확화 또

는 정교화하도록 하는 발문(25개, 8.1%), 수학적 의미를 탐구하도록 하는 발문(21개, 6.8%), 정당화하도록 하는 발문(18개, 5.9%), 새로운 것을 발견하도록 하는 발문(18개, 5.9%), 초점을 설정하도록 하는 발문(15개, 4.9%), 절차를 유도하는 발문(14개, 4.6%), 수학적인 용어를 사용하도록 하는 질문(12개, 3.9%), 새로운 것과 연결 또는 추론하도록 하는 질문(8개, 2.6%)의 순서대로 많이 활용되었다. 각 유형별로 관찰된 질문의 예시는 <표 4-4>와 같다.

<표 4-4> 기하 영역 수업 발문 예시

유형	코드	발문 예시
재생적	Rr	중심각도 어때? 1:3이다. 중심각, 호의 길이, 넓이가 다 몇 배가 되었어? 다 세 배가 되었어. 무엇만 세 배가 안 되었어?
	Rl	그렇지. 360도 나누기 12를 해가지고 30도를 구했죠. 어, 그러면 그거랑 똑같은 방법으로 이것도 할 수 있겠네. 그럼 이거는 어떻게 하면 돼?
수렴적	Ct	접었을 때 이 크기가 다 같은데…. 그 크기란 말을 수학적으로 조금 바꾸면?
	Ce	그러니까 지금 아까 얘기한 거에서 '한 점에서 거리가 같다.' 라고 했을 때의 이 거리가 무엇이지?
	Cc	응 비례하지 않는데…. 지금 세 배가 아니게 됐잖아. 그럼 세 배하고 비교했을 때 어떻게 변했을까?
	Cj	왜? 왜 800에다 5를 곱했어?
	Cf	일단 첫 번째, 각의 크기만 먼저 발견을 해봅시다. 각의 크기만. 각도기 없이 구합니다. 각도기 없이 각의 크기를 구하는 거야.
발산적	Ds	그렇지. 호의 길이도 세 배이다. 자, 지금 이렇게 말해줬어요. 또 뭐가 있을까요? 더 우리가 말할 수 있는 건…?
	Dd	이 8개의 부채꼴 사이에 어떠한 공통점 또는 다른 점이 보이면 다른 점도 괜찮아. 자, 어떤 공통점이 있는지 말해볼 사람?
	Dl	원 안에 자기 자신을 넣어 봐요. 그런데 조심할 것은, 원은 이 내부는 원이 아니에요. 원이라고 하면 이 둘레만 원이에요. 안은 텅 비어 있습니다. 자, 그럼 원 안에 자신을 넣는다는 얘기는 이 위치에 자기 자신을 위치시킨다는 얘기에요. 자기 자신이 여기 위치해 있다면 원이라는 게 어떻게 느껴질

		지에 대해서 한 번 생각해 볼까요?
	Dp	그렇지. 세 배가 아니지. 불규칙적으로 늘어나는데 그 불규칙적인 거에다가 조금…. '불규칙적이다'를 약간만 현의 길이에 대해서, 그 말을 조금 더 보충해서 설명해줄 사람이 없을까?

재생적 발문이 가장 많이 사용되었다는 것은 교사가 학생들의 수학적 사고나 창의적 사고를 촉진하기보다는 이미 알고 있는 사실을 단순히 상기하게 하거나 선택지를 주고 그 중에 고르는 'A 또는 B' 형태의 질문에 답을 하게 함으로써 학생의 사고를 고정된 좁은 틀 안에 제한했을 위험성이 있다는 것을 뜻한다. 하지만 교사는 수학적 사실을 학생에게 설명한 후 이와 같은 질문을 한 것이 아니라 학생들이 모종의 수학적 발견 기회를 보장한 후 해당 내용을 정리하면서 이와 같은 질문을 하였다. 서로 다른 혹은 복수의 정답을 만들도록 하는 발문과 논의를 촉발하는 발문 등의 발산적 발문이 각각 두세 번째로 많이 활용되었다는 것이 그 근거이다. 위 <표 4-4>의 예시 질문에서도 교사는 원과 부채꼴 사이의 비례관계에 대하여 교사가 주도하여 설명을 하는 것이 아니라 '어떤 관계가 있는지'(Ds, Dd) 학생들이 탐구해보도록 한 후에 더 이상 새로운 답이 나오지 않으면 사실 확인형 질문(Rr)을 던져 학습을 도왔다. 한편, Cc의 예시 질문과 Dp의 예시 질문은 한 학생의 답변을 토대로 교사가 새로운 질문을 던진 것이라는 공통점이 있으나 전자는 답변한 학생 자신에게 다시 질문을 한 것이고 후자는 답변한 학생 이외의 학생에게 던진 질문이라는 점에서 차이가 있다. 본인이 대답했던 것에 대하여 교사가 다시 질문을 하여 답할 때는 본인의 사고 과정을 돌아보는 수렴적 사고가 필요하다면, 다른 학생이 대답했던 것에 대하여 추가적으로 답할 때에는 자신의 생각뿐 아니라 다른 학생의 사고 과정이 어땠을지 생각해보는 발산적 사고가 필요하기 때문이다.

4. 기하 영역의 과제와 발문 비교 분석

기하 영역의 교과서 과제와 교사 변형 과제, 그리고 수업에서의 발문

유형에 차이가 있는지 알아보기 위하여 카이제곱 검정을 실시하였다. 유의 수준 0.001에서 질문의 제시 형태(교과서 과제, 교사 변형 과제, 교사 발문)에 따라 그 유형 사이에 통계적으로 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났고 그 결과를 요약하면 <표 4-5>와 같다.

<표 4-5> 기하 영역 질문별 유형

개수(열비율)

유형	교과서 과제	변형 과제	발문	전체	카이제곱 (p)
재생적	19 (79.2)	5 (22.7)	123 (40.1)	147 (41.6)	21.047*** (0.000)
수렴적	5 (20.8)	11 (50.0)	91 (29.6)	107 (30.3)	
발산적	0 (0.0)	6 (27.3)	93 (30.3)	99 (28.0)	

***$p<0.001$

세 형태의 질문 중 어떤 질문들 사이의 유형에 차이가 있는지 확인하기 위하여 두 종류씩 짝을 지어 교과서 과제-변형 과제(<표 4-6>), 교과서 과제-발문(<표 4-7>), 변형 과제-발문(<표 4-8>) 사이에 카이제곱 검정을 실시하였다.

<표 4-6> 기하 영역 교과서와 교사 변형 과제 유형

개수(열비율)

유형	교과서 과제	변형 과제	전체	카이제곱 (p)
재생적	19 (79.2)	5 (22.7)	24 (52.2)	16.361*** (0.000)
수렴적	5 (20.8)	11 (50.0)	16 (34.8)	
발산적	0 (0.0)	6 (27.3)	6 (13.0)	

***$p<0.001$

교과서 과제와 교사 변형 과제의 유형 사이에 차이가 있는지 카이제곱 검정을 통하여 확인한 결과 유의 수준 0.001에서 통계적으로 유의미한 차이가 있는 것으로 확인되었다. 교과서 과제 24개 중 재생적 과제가 79.2%, 수렴적 과제가 20.8%, 발산적 과제가 0.0%였다. 이와 달리, 교사 변형 과제는 수렴적 과제가 50.0%, 발산적 과제가 27.3%, 재생적 과제가 22.7%를 차지하였다. 교과서에서 가장 많은 재생적 과제가 변형 과제에서는 가장 적다는 것, 그리고 교과서에는 없는 발산적 과제가 변형 과제에는 상당 부분 반영되었다는 것을 확인할 수 있었다. 앞의 항들에서 교과서 과제와 교사 변형 과제의 특징을 살펴보았듯 교사는 교과서에 주어진 설명을 질문의 형태로 바꾸어 제시하거나 교과서 과제의 지시문을 조금 더 열린 형태 혹은 학생들의 탐구를 촉진하는 형태로 바꾸었다. 이 과정에서 수학적 창의성을 촉진하기에 적합한 유형인 수렴적 과제와 발산적 과제의 비중이 커졌으며, 단순한 사고 활동만으로도 해결이 가능한 재생적 과제의 비중은 줄어들었다.

<표 4-7> 기하 영역 교과서 과제와 발문 유형

개수(열비율)

유형	교과서 과제	발문	전체	카이제곱 (p)
재생적	19 (79.2)	123 (40.1)	142 (42.9)	15.799*** (0.000)
수렴적	5 (20.8)	91 (29.6)	96 (29.0)	
발산적	0 (0.0)	93 (30.3)	93 (28.1)	

***p<0.001

교과서 과제와 발문의 유형 사이에 차이가 있는지 카이제곱 검정을 통하여 확인한 결과 유의 수준 0.001에서 통계적으로 유의미한 차이가 있는 것으로 확인되었다. 교과서 과제 24개 중 재생적 과제가 79.2%, 수렴적 과제가 20.8%, 발산적 과제가 0.0%를 차지하였다. 교사의 발문도 재생적 발문이 40.1%로 가장 높았으나 교과서 과제의 재생적 과제의 비

율보다는 절반 가까이 낮은 것으로 나타났다. 발산적 발문은 30.3%, 수렴적 발문은 29.6%를 차지하여 거의 비슷한 정도로 활용되었다. 교과서 과제와 교사 발문의 수렴적 질문의 비율에 8.8% 포인트 차이가 있는 것에 비하여 재생적 질문과 발산적 질문의 비율은 각각 30% 포인트 이상 차이가 있었다. 이와 같이 비교적 큰 차이가 유의미한 통계적 차이를 만들었음을 알 수 있고, 교사의 발문 활용 방식이 학생들의 창의적 사고 중 특히 발산적 사고를 촉진하기에 교과서 과제보다 더 적합했다고 볼 수 있다. 그러나 교사가 교과서 과제를 활용하여 수업을 진행한 것은 아니기 때문에 통계적 의미 이외의 결과는 논의하지 않는다.

<표 4-8> 기하 영역 교사 변형 과제와 발문 유형

개수(열비율)

유형	변형 과제	발문	전체	카이제곱 (p)
재생적	5 (22.7)	123 (40.1)	128 (38.9)	4.393 (0.111)
수렴적	11 (50.0)	91 (29.6)	102 (31.0)	
발산적	6 (27.3)	93 (30.3)	99 (30.1)	

교사의 변형 과제 22개 중 수렴적 과제가 50.0%, 발산적 과제가 27.3%, 재생적 과제가 22.7%의 순서로 많았던 반면, 교사의 발문은 이와 반대로 재생적 발문이 40.1%로 가장 많았고 그 뒤를 이어 발산적 발문이 30.3%, 수렴적 발문이 29.6%인 것으로 확인되었다. 각 유형별로 활용된 빈도의 순위는 정반대였으나 카이제곱 검정을 통하여 교사 변형 과제와 발문의 유형 사이에 차이가 있는지 확인한 결과 유의 수준 0.05에서 통계적으로 유의미한 차이는 없었다. <표 4-6>, <표 4-7>, <표 4-8>의 결과를 종합해서 보자면, 교사가 수업에서 활용한 과제와 발문이 교과서의 과제보다 학생의 창의성을 촉진할 잠재력을 더 많이 지니고 있음을 알 수 있다. 교과서 과제와 교사 변형 과제 사이에, 그리고 교과서 과제와 교사 발문 사이에 질문 유형별 차이가 통계적으로 유의미했고, 이 차

이는 재생적 질문의 상대적으로 낮은 비율과 수렴적, 발산적 질문의 높은 비율에서 기인하기 때문이다. 이와 더불어 교사 변형 과제와 교사 발문의 질문 유형 비율에는 통계적으로 유의미한 차이가 없었는데, 이것은 교사가 수업을 설계하는 과정에서 준비한 질문인 변형 과제와 수업을 실행하는 과정에서 제시한 질문인 발문 사이에 일관성이 있음을 보여준다. 이하에서는 구체적인 예화를 통해서 교사가 자신이 준비한 과제를 수업에 적용하며 어떠한 발문을 활용하여 학생의 창의적 사고를 촉진하고 수학 학습을 보조하고자 하는지 살펴볼 것이다.

<에피소드 1>

G1-T72	Ce	원이란 무엇인가?
G1-S75		동그란 거.
G1-T76	Ds	그렇지. 동그라미. 완전 좋아요. 동그라미 좋습니다. 잠깐만, 선생님이 좀 적으면서 해야겠어. 지금 수현이[4]가 동그라미라고 했어요. 자, 그 다음에. 지만이.
G1-S77		저요? 각이 없는 도형.
G1-T78	Ds	각이 없는 도형! 오 좋아. 각이 없다. 좋습니다. 각이 없습니다. 그 다음에. 진선이.
G1-S79		꼭짓점이랑 모서리가 없는 거.
G1-T82	Dp	꼭짓점이랑 모서리가 없다! 모서리가 없다고 해야 되니?
G1-T83	Rr	근데 모서리라는 말을 어느 도형에서 쓴다고 했지 우리가?
G1-T84	Ce	평면도형에서는 어떤 말을 써야 해요?
G1-S85		변.
G1-T88	Ds	자, 그러면은. 주헌이 얘기해 봐.
G1-S89		한 점에서 이르는 거리가 같은 점들을 모두…. 아, 몰라. 뭐지?
G1-T90	Cc	점들을 어떻게 하면 돼?
G1-S91		이은 선.
G1-T92	Dp	그렇지. (중략) 각이 없다는 건 원의 특징을 말고는 있는데, 원만의 특징일까요 아니면 원이 아닌 것도 될 수 있을까요? 어떤 것이 있을까요?
G1-S93		아닌 것도 될 수 있을 것 같아요.
G1-T94	Dd	어떤 것이 될 수 있을까?
G1-S95		타원.
G1-T96	Dp	그렇지, 원을 좀 찌그러뜨려서 구불구불하게 만들어

		보면 어때?
G1-T97	Dl	그러면 '각이 없다'는 어떤 도형의 특징이야? 원만의 특징이 아니라?
G1-S98		곡선으로 이루어진 거요.
G1-T99	Dp	어. 곡선으로 되어 있는 모든 도형의 특징이죠. 그 다음에 꼭짓점과 변이 없다도 마찬가지입니까?

<에피소드 1>은 [그림 4-6]에서 원의 뜻이 무엇인지 설명해보게 하는 수렴적 과제를 해결하는 과정에서 이루어진 교실 담화의 일부이다. 이 담화에서 보이는 교사 발문의 가장 큰 특징은 여러 학생의 답을 청취하고자 한다는 점이다(G1-T76, G1-T78, G1-T88). 이 발문들은 하나의 질문에 대하여 여러 학생들이 서로 다른 답과 의견을 말하도록 함으로써 결과적으로 다양한 답안이 학급에 공유되게 만드는 역할을 하였다. 교사는 이렇게 학생들이 발표한 내용의 옳고 그름 여부를 교사 본인이 판정하지 않음으로써 학생들이 원의 뜻에 대하여 자유롭게 답할 수 있는 분위기를 형성하였다(G1-S75, G1-S77, G1-S79, G1-S89). 교사는 과제를 통해서는 한 학생이 두 개 이상의 답안을 생각해내도록 하지는 않았지만 수업에서의 발문을 통하여 원의 뜻에 대한 다양한 의견을 수합하였다.

교사는 여러 학생들의 답안을 청취하는 것만으로 끝내지 않고 이 답안을 활용하여 원의 의미를 정교화해갈 수 있도록 학생들에게 새로운 질문을 제시하였다(G1-T82, G1-T90, G1-T92, G1-T94, G1-T96, G1-T97, G1-T99). 원을 '꼭짓점과 모서리가 없는 도형'(G1-S79)라고 설명한 학생의 답안에 대하여 "모서리가 없다고 해야 되니?"(G1-T82)라고 질문하는 것은 학생들에게 모서리의 의미에 대하여 다시 한 번 생각해보게 하고 이를 보완하거나 대체할 수 있는 원의 뜻이 무엇일지 생각해보게 한다. '각이 없는 도형'(G1-S77)이라는 답에 대하여 그 의미를 곱씹어 볼 수 있도록 하는 질문들은(G1-T96, G1-T97) 학생들이 각이 없다는 것은 원이기 위한 필요조건이지 충분조건은 아니라는 사실을 스스로 인식할 수 있도록 돕는다.

이 같은 교사의 발문 방식은 원의 정의를 그저 암기하게 하여 그 사

4) 본 논문에 등장하는 학생 이름은 모두 가명이다.

실을 확인하는 것이 아니라 학생 스스로 원의 뜻을 생각해내게 하고 그 의미를 되짚어보며 수학적으로 가다듬을 수 있도록 하는 것이다. 하지만 학생의 답을 기다리지 않고 교사가 직접적인 힌트가 되는 질문들을 연달아 던지는 장면도 있었다(G1-T82, G1-T83, G1-T84). 학생의 답을 활용하여 '모서리'의 의미를 생각해보게 하였지만(G1-T82) 이에 대한 학생의 답을 기다리지 않고 "어느 도형에서 쓴"다는 표현으로써 직접적인 힌트를 제공하였고(G1-T83) 이에 이어서 "평면도형"까지 언급하여(G1-T84) 학생들이 생각할 수 있는 폭을 제한하였다. 교사가 최초로 던진 발산적 질문에 대하여 학생들이 생각해 볼 기회는 제한적이었고 결국 학생들이 답해야 하는 것은 "변"(G1-S85)으로 정해지게 되었다. 이 장면에서 알 수 있는 것은, 교사 질문의 유형에 대응하여 학생 반응의 유형이 결정되는 것은 아니라는 것이다. 즉, 창의적 사고를 촉진할 수 있는 발산적 질문과 수렴적 질문을 양적으로 늘리면서 동시에 그 질문의 활용 방식에 대해서도 교사가 주의할 필요가 있다.

<에피소드 2>

G2-T45	Cf	부채꼴 AOH하고 또 하나는 GOD하고, 이 두 개의 부채꼴을 비교해 볼 거예요. 그러면 아까랑은 좀 다르겠죠.
G2-T46	Dd	자, 뭐가 어떻게 달라졌는지 얘기해볼까?.
G2-S47		크기가…. 아, 넓이가 달라졌어요.
G2-T48	Cc	어떻게 달라졌어요? 넓이가?
G2-S51		음, GOD는 AOH의 세 배가 됐어요.
G2-T56	Ds	자, 그러면은, 연성이?
G2-S57		호의 길이가 세 배가 되지 않았나요?
G2-T58	Cc	안 돼요?
G2-S61		돼요.
G2-T62	Ds	그렇지. 호의 길이도 세 배이다. 자, 지금 이렇게 말해줬어요. 또 뭐가 있을까요? 더 우리가 말할 수 있는 건…?
G2-S63		현의 길이?
G2-T64	Dp	현의 길이는 어떻게 달라지는 것 같아요? 이게 현이거든요? 자, 현은 이거고. 이 부채꼴의 현은 이거고 이 부채꼴의 현은 이거야. 그러면 얘는 어떻게

		달라졌어?
G2-S65		늘어났어요.
G2-T66	Cc	응, 늘어났는데 어떻게 달라졌을까? 조금만 더…. 늘어나긴 늘어났지.
G2-S67		세 배. 세 배 아니에요?
G2-T68	Dd	지금 다른 애들은 세 배씩 늘어났거든. 근데 이거는?
G2-S69		불규칙적으로….
G2-S70	Dp	그렇지. 세 배가 아니지. 불규칙적으로 늘어나는데 그 불규칙적인 거에다가 조금…. ‘불규칙적이다’를 약간만 현의 길이에 대해서, 그 말을 조금 더 보충해서 설명해줄 사람이 없을까?
G2-S71		어…. 현의 길이는, 어…. 넓이에 따라 바뀌지 않는다.
G2-T72	Ds	자, 현호는?
G2-S73		현의 길이는 중심각의 크기에 비례하지 않아요.
G2-T74	Cc	응 비례하지 않는데…. 지금 세 배가 아니게 됐잖아. 그럼 세 배하고 비교했을 때 어떻게 변했을까?
G2-S76		현의 길이는 세 배 이하다
G2-T77	Cc	이하예요?
G2-S78		그러니까, 세 배보다 낮아요.
G2-T79	Cj	어, 세 배보다 작잖아. 현의 길이는 세 배보다 작아. 작은데 그 이유가 뭔지 설명해 봐.
G2-S80		그, 이거를, DOG를요. 그 DOE랑 각각의 현을 만들면….
G2-T81	Cc	어, 여기다 각각의 현을 만들어? 이렇게?
G2-S82		네, 그렇게 하면 굽어진 모양이 되잖아요.
G2-S84		그러니까 이걸 펴면 더 길기 때문에 세 배 이하가 돼요.

<에피소드 2>는 [그림 4-10]에서 등분할 된 8개의 부채꼴을 관찰하여 그들 사이의 수학적 관계를 발견하고 설명하는 발산적 과제를 해결하는 과정에서 이루어진 교실 담화의 일부이다. 교사는 처음에 두 과제의 차이점에 유의해야 함을 지적하면서 학생들이 초점을 맞추고 관찰해야 할 대상을 언급하였다(G2-T45). 이는 두 개의 과제 모두 등분할 된 8개의 부채꼴 삽화를 포함하고 있기 때문에 학생들이 두 과제를 동일하게 생각하는 오류를 범하지 않도록 만들기 위함이다. 실제로 학생들의 이어지는

답변들에서 과제의 초점을 명확히 인식하고 있는 것을 확인할 수 있다.

<에피소드 1>에서와 마찬가지로 교사는 여러 학생들이 답하도록 요구하였다(G2-T56, G2-T62, G2-T72). <에피소드 1>에서는 정답이 하나로 정해져 있는 '원의 뜻' 과제에 대한 의견을 다양하게 들은 것인 반면, <에피소드 2>에서는 정답이 여러 가지일 수 있는 '관찰한 사실 설명' 과제에 대한 의견을 들은 것이 차이점이다. 즉, 전자는 수렴적 과제에서의 발산적 발문의 활용 양상을 보여준다면 후자는 발산적 과제에서의 발산적 발문의 활용 양상을 보여준다. 하지만 이 과제에서도 교사는 '두 개 이상의 성질을 찾으라.'거나 '성질을 최대한 많이 찾으라.'는 등의, 한 학생에게 여러 개의 답안을 산출하라는 요구를 하지 않았고, 발문으로도 한 학생에게 여러 답안을 듣기보다는 여러 학생의 의견을 듣고자 했다는 점은 공통적이었다.

이 담화에서 가장 많이 활용된 질문은 생각, 표현을 명확화 또는 정교화하도록 하는 질문이었다(G2-T48, G2-T58, G2-T66, G2-T74, G2-T77, G2-T81). 이 발문들은 모두 학생의 답에 기초하여 교사가 이것을 정교하게 가다듬는 과정에서 활용되었다. 이는 학생의 답안을 보다 구체화하거나(G2-48, G2-T66, G2-T74) 학생 발화의 일부를 교사가 반복함으로써 학생 스스로 자신의 발화를 다시 한 번 점검하게 하는 역할을(G2-T58, G2-T77, G2-T81) 하였다. 이와 같은 질문에 답하면서 학생은 "달라졌어요."(G2-S47)라는 표현을 더 구체적으로 표현하여 "세 배가 됐어요."(G2-S51)라고 자신의 수학적 발견을 더욱 정교하게 표현하였다. 부채꼴의 "현의 길이에 중심각의 크기는 비례하지 않는다."(G2-S73)라는 일반적이고 추상적인 성질을 발견한 학생은, 보다 구체적이고 과제의 문제 상황에 적합한 "세 배보다 낮아요."(G2-S78)라는 사실을 언급하였다. 이 때 교사 발문은 학생이 그저 짐작해서 답했을 수 있는 도형의 일반적 성질을(G2-S73) 구체적인 상황에서 확인(G2-S78)해보게 하는 역할을 하였다.

<에피소드 3>

G3-S110	Cf	(그려지지 않은 쪽의 호를 그려 원을 완성하며) 선생님, 이 선으로 둘러싸인 부채꼴을 구하는 거예요?
G3-T111	Ce	잠깐, 진수야. (긴 호를 가리키며) 이 선으로 둘러싸인 부채꼴을 구한다고 했잖아. 그런데 이건 부채꼴이 아니라고 생각해? 그러면 어떤 게 부채꼴이지?
G3-S112		작은 거요.
G3-T113	Dp	작은 게 부채꼴인 것 같아? 수호는 어떻게 생각해?
G3-S114		저는 넓은 것도 부채꼴이라고 생각해요.
G3-T115	Ce	넓은 것도 부채꼴이라고 생각해? 그럼 이건 중심각이 몇 도가 되는 것 같아?
G3-S116		(작은 중심각을 가리키며) 360에서 이 중심각을 빼면 큰 부채꼴의 중심각이 나와요.
G3-T117		진수야, 알겠어? 수호 설명 들으니까 알겠지? 수호 설명 잘했어.
G3-T120		수호야, 다시 한 번 반 친구들에게 설명해줄래?
G3-S121		이 큰 부채꼴도 중심각이 있고 호의 길이가 있어서 부채꼴이라 생각했어요.
G3-T122	Rr	큰 부채꼴의 중심각이 얼마라고 했지?
G3-S123		360도에서 저기 작은 부채꼴의 중심각을 딱 빼면.
G3-T124	Rl	작은 부채꼴의 중심각의 크기가 그러면 얼마 나왔어?
G3-S125		60도가 나왔어요.
G3-T126	Rl	여기가 60도가 나왔어? 그러면 이 부채꼴의 중심각의 크기는 얼마가 되는 거지?
G3-S127		360도에서 60도를 빼면 300도가 돼요.
G3-T128	Ds	여러분들도 이렇게 나왔나요? 자, 그러면 이거 말고 또 어떤 정보가 필요하죠?
G3-S129		저는 중심각이 60도인 부채꼴의 넓이를 구했어요.
G3-T130	Ds	아, 이것의 넓이를 구했어요? 넓이를 구하기 위해서 어떤 정보를 더 수집했어요?
G3-S131		저 작은 부채꼴의 반지름을 쟀어요.
G3-T132	Rr	아, 그래, 반지름을 쟀어요? 자, 그러면 얼마가 나왔어요?

<에피소드 3>는 [그림 4-11]의 아래 중심각의 크기가 180도보다 크고 360도보다 작은 우각을 중심각으로 갖는 비정형적으로 (용어의 문자 그대로의 의미와는 다르게) 생긴 부채꼴의 넓이와 호의 길이를 구하는 데

에 필요한 정보를 찾는 발산적 과제를 해결하는 과정에서 이루어진 교실 담화의 일부이다. 이 담화에서는 교사가 주로 구사한 두 가지의 발문 전략을 살펴볼 것이다.

첫 번째는 학생으로부터 받은 질문을 교사 자신이 대답하지 않고 다른 학생에게 답을 요구함으로써 논의를 촉발하는 질문의 사용이다(G3-T113). 비록 과제에서 이 도형이 부채꼴임을 전제로 하고 있지만 ‘부채꼴’이라는 이름과 모양 사이에 괴리가 있어서 이 도형이 정말 부채꼴인지 질문을 하는 학생이 있었다(G3-S110). 하지만 교사는 과제를 가리키며 “여기에 부채꼴이라고 나와 있지?”라고 단정적으로 답하지 않았다. 또한, “부채꼴의 뜻이 무엇이었는지 생각해볼까?”와 같은 사실을 상기하는 발문 또는 수학적 대상의 의미를 탐구하도록 하는 발문을 구사하지도 않았다. 그 대신 같은 모둠의 학생에게 어떤 의견을 가지고 있는지 묻고(G3-T113, G3-T115) 그 이후에는 학급 전체와 문제의식을 공유하였다(G3-T120). 교사의 이와 같은 조치는 질문한 학생에게 본인의 질문이 터무니없는 것이 아니라 생각해 볼 가치가 있는 질문으로 인정받았다는 생각을 들게 한다. 또한, 학급의 다른 학생들에게는 과제로부터 의심없이 받아들였던 사실, 혹은 기존에 이해하고 있던 사실에 대하여 그 생각을 점검할 수 있는 기회를 부여한다.

두 번째는 하나의 활동을 마무리하는 단계에서 단순히 정답을 확인하는 용도로 재생적 발문을 활용한다는 점이다(G3-T122, G3-T124, G3-T126, G3-T132). <에피소드 3>의 사례 이외에서도 대부분의 재생적 발문은 학생들이 과제를 해결하며 떠올린 생각과 서술한 정답을 구두로 발표하는 과정에서 활용되었다. 다시 말하면, 교사는 과제를 해결하는 데에 충분한 시간을 부여한 후 새로운 사실을 발견하거나 수학적으로 표현을 정교화하는 등 수학적 탐구가 필요한 과제에 대하여는 여러 발산적/수렴적 발문을 활용하였다. 반면, 단순한 계산만을 필요로 하는 과제에 대하여는 재생적 발문을 활용하여 정답만 확인하고 빠르게 지나갔다. 이를 통해 교사 발문 중 가장 큰 비중을 차지한 재생적 발문(40.1%)의 실질적인 비중은 그리 크지 않았음을 알 수 있다.

제 2 절 확률 영역 분석

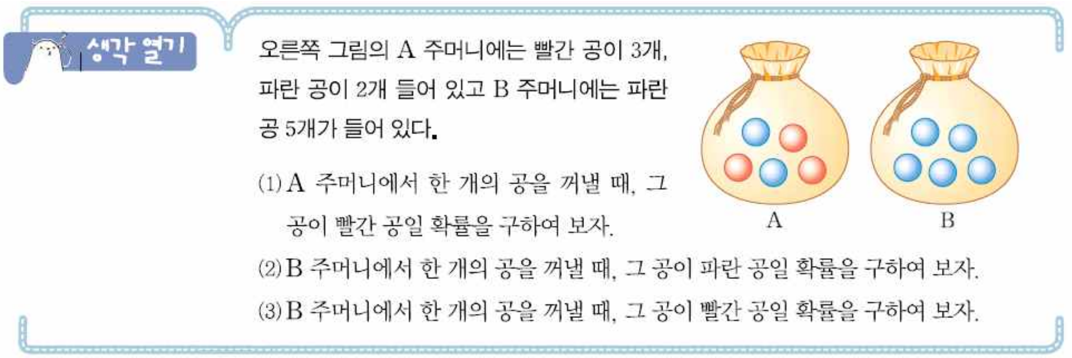
1. 교과서의 확률 영역 과제 분석

중학교 2학년 확률 영역 중 확률의 뜻과 그 성질 단원에서 수학적 창의성 관점에 따른 교과서 과제의 분석 결과는 아래 <표 4-9>와 같다.

<표 4-9> 확률 영역 교과서 과제 분석 결과

유형	개수	비율(%)
재생적	16	84.2
수렴적	1	5.3
발산적	2	10.5
계	19	100.0

교과서에 있는 19개의 과제 중 재생적 과제가 16개(84.2%)로 가장 큰 비중을 차지하였고 발산적 과제가 2개(10.5%)로 그 뒤를 이었으며, 수렴적 과제는 1개(5.3%)로 가장 적었다.



[그림 4-14] 확률 영역 교과서의 재생적 과제 1(고호경 외, 2013, p.208)

교과서의 재생적 과제는 대부분 '정답을 만들어내는' 것에 초점을 두고 있었다. 위 [그림 4-14]의 과제는 학생들이 확률에 대하여 사전에 알고 있던 '지식을 적용'하고 '정답을 구하도록' 한다. 세 개의 하위 과제를 아우르는 이름은 '생각 열기'로서 확률의 세 가지 성질, 즉 확률은 0이상

1 이하이고(과제 (1)) 전사건의 확률은 1이며(과제 (2)) 공사건의 확률은 0(과제 (3))이라는 사실을 학생들이 인식할 수 있도록 하는 것이 목표인 과제들이다. 따라서 이 과제들은 표면적으로는 확률 개념의 수학적 성질을 학생들이 발견하도록 하는 과제이지만 지시문은 모두 '…일 확률을 구하여 보자'로서 학생들이 특정한 확률값의 계산에만 매몰될 가능성이 있다. 즉, 학생들은 이 과제를 해결하며 확률의 세 가지 성질을 학습할 수 있지만 과제의 구조상 계산에 초점을 맞추게 되기 때문에 이 과제들은 수학적 창의성의 관점에서 '수학적 사실을 인식'하도록 하는 수렴적 과제나 '수학적 사실을 발견'하도록 하는 발산적 과제라고 보기 어렵다.

확률의 성질 (1)

❶ 어떤 사건이 일어날 확률을 p라 하면 $0 \le p \le 1$이다.

❷ 반드시 일어나는 사건의 확률은 1이다.

❸ 절대로 일어나지 않는 사건의 확률은 0이다.

문제 6 주사위를 한 번 던질 때, 다음을 구하여라.

(1) 6 이하의 눈이 나올 확률

(2) 7 이상의 눈이 나올 확률

[그림 4-15] 확률 영역 교과서의 재생적 과제 2(위의 책, p.209)

확률의 성질 (2)

사건 A가 일어날 확률을 p라 하면 사건 A가 일어나지 않을 확률은 $1-p$이다.

문제 8 빨간 공과 파란 공이 들어 있는 주머니에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 빨간 공을 꺼낼 확률이 $\frac{3}{7}$이다. 이때 파란 공을 꺼낼 확률을 구하여라.

[그림 4-16] 확률 영역 교과서의 재생적 과제 3(위의 책, p.210)

앞의 과제들과 달리, 확률 개념 탐구라는 하나의 맥락에서 서로 다른 유형의 과제를 제공하여 학생들에게 창의적 사고와 수학적 사고 기회를 줄 수 있는 과제도 있다([그림 4-17]). 위의 두 과제는 시행 횟수가 많아질수록 상대도수가 어떤 확률에 가까워진다는 통계적 확률 개념을 학습할 수 있도록 설계된 과제이다. 이를 위하여 (1)번 과제에서는 직접 동전을 던지면서 앞면이 나온 횟수를 기입하며 상대도수를 계산한다. [그림 4-14]의 과제에서 학생들이 확률의 성질에 초점을 맞추기보다는 확률 계산에 치중할 수 있는 것처럼 이 과제도 '표를 작성하여 보자'라는 지시문으로 인하여 그와 같은 위험성을 내재하고 있다. 하지만 동전을 던지는 행위로부터 큰 수의 법칙과 통계적 확률이라는 '수학적 사실을 인식'할 수 있도록 하는 수렴적 과제라고 볼 수도 있다. 하지만 (2)번 과제를 보면 위의 재생적 과제들과 대조되는 점이 강조된다. 실험을 통하여 관찰한 사실 또는 알게 된 점을 서술하도록 하기 때문이다. 즉, (2)번 과제 없이 (1)번 과제만 있으면 학생들은 그저 표를 채우는 행위만 하는 데에 그칠 수 있지만 (2)번 과제에서 실험 과정을 되돌아보고 이를 정리하는 기회를 부여하고 있으므로 각각 수렴적 과제와 발산적 과제라고 보는 것이 타당하다.

활동하기

한 개의 동전을 던져서 나오는 면을 관찰하는 실험을 하여 보자.

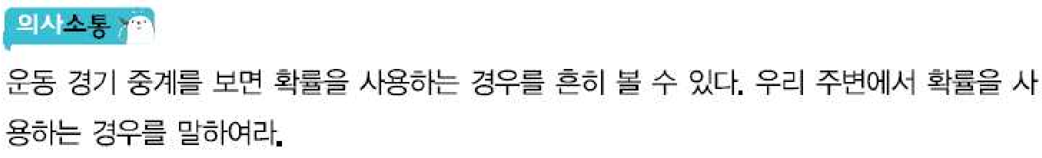
준비물
동전

(1) 동전을 던져서 다음 표를 작성하여 보자. 이때 $(\text{상대도수})=\dfrac{(\text{앞면이 나온 횟수})}{(\text{동전을 던진 횟수})}$ 이다.

던진 횟수(회)	10	20	30	40	50
앞면이 나온 횟수(회)					
상대도수					

(2) 동전을 던진 횟수가 많아질수록 상대도수는 어떻게 변하는지 말하여 보자.

[그림 4-17] 확률 영역 교과서의 수렴적 과제(위)와 발산적 과제(아래)(위의 책, p.206)


의사소통

운동 경기 중계를 보면 확률을 사용하는 경우를 흔히 볼 수 있다. 우리 주변에서 확률을 사용하는 경우를 말하여라.

[그림 4-18] 확률 영역 교과서의 발산적 과제(위의 책, p.208)

한편, [그림 4-18]의 과제는 ‘알고 있는 것을 새로운 관점에서 조망’하고 ‘기존 지식을 확장’하며 ‘새로운 가능성을 보’게 한다는 점에서 발산적 과제로 분류되었다. 초등학교에서 배웠던 가능성 개념과 본 과제를 해결하기 전에 학습한 경우의 수의 비로서의 확률 개념에 비추어 일상생활에서 확률이 사용되는 예를 찾아봄으로써 이 세 가지를 경험할 수 있다. 실제로, 확률 개념이 정의되는 방식이 다양하고 그 다양한 정의에 대하여 수학자들이 이해해 온 역사도 학교수학의 다른 영역에 비하면 비교적 최근인 바 확률을 그저 계산하는 것이 아니라 확률 개념에 대하여 생각해볼 기회를 제공하는 것은, 수학자들이 수학을 창조하는 발산적 사고의 기회를 극대화하여 보장하는 것이라 할 수 있다.

2. 교사의 확률 영역 변형 과제 분석

중학교 2학년 확률 영역 중 확률의 뜻과 그 성질 단원에서 수학적 창의성 관점에 따른 교사 변형 과제의 분석 결과는 아래 <표 4-10>과 같다.

<표 4-10> 확률 영역 교사 변형 과제 분석 결과

유형	개수	비율(%)
재생적	18	41.9
수렴적	10	23.3
발산적	15	34.9
계	43	100.0

교사는 교과서의 과제를 변형하여 43개의 과제를 수업에서 활용하였

다. 가장 많은 수를 차지한 유형의 과제는 재생적 과제(18개, 41.9%)였으며 발산적 과제(15개, 34.9%)와 수렴적 과제(10개, 23.3%)가 그 뒤를 이었다.

교사는 재생적 과제를 가장 많이 활용하였고 그 중 대부분이 교과서의 과제를 유사한 형태로서 활용한 것이었다. 예를 들어, [그림 4-19]의 교사 변형 과제는 [그림 4-15]의 교과서 과제와 마찬가지 이유로 재생적 과제로 분류되었다. 즉, 본 과제는 확률의 성질에 대하여 탐구하게 하는 과제라기보다는 확률의 성질을 암기했는지 확인 또는 암기하도록 돕는 과제였다.

☞ 지금까지 학습한 내용을 정리해 봅시다.

○ **사건 A가 일어날 확률**

어떤 사건 A가 일어날 확률을 p라고 할 때 다음과 같은 성질이 성립합니다.

○ **사건 A가 일어나지 않을 확률**

○ p **의 범위**

탐구 활동 5 주머니 속에 흰색 바둑알이 5개, 검정색 바둑알이 6개 들어있다고 합니다. 다음 확률을 구하시오.

1. 주머니 속에서 1개의 바둑알을 꺼낼 때 다음 사건이 일어날 확률을 구하시오.

(1) 검은색이 나올 확률 (2) 흰색이 나올 확률

(3) 흰색 또는 검은색이 나올 확률 (4) 붉은색 바둑알이 나올 확률

[그림 4-19] 확률 영역 교사 변형의 재생적 과제

4. 동전 던지기가 아니더라도 확률을 알 수 있는 경우를 예를 3가지 이상 말해봅시다. 이 때 확률을 구하여 그 이유를 설명해 봅시다.

확률을 알 수 있는 사건	예상되는 확률과 그 이유

[그림 4-20] 확률 영역 교사 변형의 발산적, 재생적, 수렴적 과제

위의 [그림 4-20]의 과제는 하나의 번호 아래에 '3가지 이상 말해봅시다', '확률을 구하여', '이유를 설명해 봅시다' 등 세 가지의 지시 사항을 담고 있으므로 3개의 하위 과제로 이루어진 것으로 보았다. 우선, '3가지 이상 말해보라'는 과제는 [그림 4-18]의 교과서의 발산적 과제와 유사한 발산적 과제이다. 그러나 각각의 경우에서의 확률을 구하라는 것은 계산 과정을 통해 '정답을 산출'하는 재생적 과제이고 이유를 설명하라는 것은 '논리'를 요구하는 수렴적 과제이다. 교사는 '확률을 알 수 있는 경우'의 예를 찾아보라고 함으로써 학생들의 자유로운 탐구 기회를 보장하였고 이때의 확률을 실제 구해보라고 함으로써 '확률을 정말 알 수 있는지' 반성적으로 생각해보게 함과 동시에 확률 계산 과정 또한 고려하도록 하였고 최종적으로 이유를 설명하게 함으로써 학생의 답에 대한 논리적, 수학적 정당성을 스스로 표현하도록 하였다.

[그림 4-20]의 과제에서 볼 수 있는 것처럼 교사 변형 과제의 가장 큰 특징은 학생이 발산적인 탐구 과정을 거치게 한 후 이에 대한 논리적 설명을 요구한다는 점이었다.

탐구 활동 1 지수는 친구 2명과 함께 동전 던지기를 10번하여 앞면이 많이 나오면 저녁식사로 햄버거를 먹고 그렇지 않으면 떡볶이를 먹기로 했습니다. 그림이 그려진 면을 앞면(H), 숫자만 있는 면을 뒷면(T)이라고 합시다.

1. 지수가 대표로 동전을 10번 던졌을 때 어떤 결과가 나올지 예상해 봅시다.

던지는 횟수	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
H / T										

이렇게 예상한 이유는 무엇인지에 대해 설명해봅시다.

2. 지수가 동전을 던졌더니 앞면이 세 번 연속으로 나왔습니다. 10번째까지 동전을 계속 던진다면 어떤 결과가 나올지 예상하여 다음 표에 써 봅시다.

던지는 횟수	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
H / T	H	H	H							

이렇게 예상한 이유는 무엇인지에 대해 설명해봅시다.

3. 만일 지수가 동전을 100번 던졌다면 앞면이 나온 횟수는 얼마가 될 것이라고 예상하나요? 그 이유를 설명해 봅시다.

[그림 4-21] 확률 영역 교사 변형의 발산적, 수렴적 과제

위 [그림 4-21]의 과제는 답이 정해져 있지 않고 학생들의 확률적 직관을 확인하는 하위 과제들로 이루어져 있다. “주사위는 과거를 기억하지 않는다.”라는 문구로 상징되는 독립시행에 대한 과제로서 1, 2, 3번 과제 모두 ‘예상과 이유 설명’의 구조이다. 동전의 앞면이 나올 확률이 $\frac{1}{2}$이라는 사실은 초등학교에서 이미 학습한 내용이지만 10번의 시행에서 꼭 5번 앞면이 나오는지, 그리고 앞뒷면의 순서는 어떻게 번갈아 나오는지에 대한 탐구 기회를 가지고 자신이 생각한 내용에 대하여 나름의 논리적 설명을 하게 된다. 이와 같은 구조의 일련의 과제를 해결하는 과정에서 학생들은 시행 횟수가 늘어날수록 특정한 확률에 수렴해 간다는 사실뿐 아니라 그 안에 내재한 변이성 또한 인식할 수 있다. 한편, 학생이 어떤 답을 적든, 예를 들어 학생의 답이 ‘HHHHHTTTTT’이든

‘HTHTHTHTHT’이든 그 답안이 나올 수학적 확률은 $\frac{1}{2^{10}}=\frac{1}{1024}$로 매우 작다. 따라서 이 과제를 해결하며 표 또는 빈칸을 어떻게 구성하여 채울지 고민하는 발산적 사고의 과정도 중요하지만 무엇보다 더 중요한 것은 본인이 기술한 답안에 대한 이유를 논리적으로 서술하는 수렴적 사고의 과정이라고 할 수 있다.

2. 주머니 속에서 차례로 1개씩 2번 반복하여 바둑알을 꺼낼 때 첫 번째는 흰색, 두 번째는 검은색이 나올 확률 (단, 꺼낸 바둑알을 확인한 후 다시 주머니 속에 넣는다.)

방법1	방법2

3. 주머니 속에서 차례로 1개씩 2번 반복하여 바둑알을 꺼낼 때 첫 번째는 흰색, 두 번째는 검은색이 나올 확률 (단, 한 번 꺼낸 바둑알은 다시 넣지 않는다.)

방법1	방법2

4. 2번과 3번 사건에서 확률을 구할 때 주목해야 할 특징이 무엇인지 토론하고 결론을 정리해 봅시다.

[그림 4-22] 확률 영역 교사 변형의 발산적 과제

수렴적 과제가 수반되는 발산적 과제 이외에도 ‘다양한 풀이 방법’을 요구하는 발산적 과제도 있었다. [그림 4-22]의 2번 과제는 경우의 수의

비로서의 확률 관점에서 처음에는 흰색, 두 번째에는 검은색이 나올 $5 \times 6 = 30$가지의 경우의 수와 전체 경우의 수 $11 \times 11 = 121$의 비인 $\frac{30}{121}$이라고 답할 수 있다. 한편, 확률의 독립시행의 관점에서 처음에 흰색이 나올 확률 $\frac{5}{11}$과 두 번째에 검은색이 나올 확률 $\frac{6}{11}$의 곱으로서 $\frac{30}{121}$을 구할 수도 있다. 3번 과제도 마찬가지로, 경우의 수의 비로서의 확률 관점에서 답을 구한다면 $\frac{5 \times 6}{11 \times 10} = \frac{30}{110} = \frac{3}{11}$이라 답하거나 확률의 독립시행의 관점에서 답을 구한다면 $\frac{5}{11} \times \frac{6}{10} = \frac{30}{110} = \frac{3}{11}$이라고 할 수 있다. 즉, 2번과 3번 과제는 기존 지식을 적용하여 정답을 만들어내는 과제이기는 하지만 과제 해결의 본질적인 목적이 '다양한 해법' 탐색에 있으므로 재생적이거나 수렴적 과제라고 볼 수 없다. 두 과제는 이와 같은 면에서 공통점이 있지만 복원추출과 비복원추출이라는 서로 다른 상황이기도 하므로 이를 동시에 다룸으로써 학생들이 초점을 맞추어야 할 부분이 무엇인지 명시적으로 제시하지 않고 4번 과제를 통하여 스스로 생각해 볼 기회를 제공하고 있다.

3. 교사의 확률 영역 수업 발문 분석

중학교 2학년 확률 영역 중 확률의 뜻과 그 성질 단원에서 수학적 창의성 관점에 따른 교사 수업 발문의 분석 결과는 아래 <표 4-11>과 같다.

세 차시의 수업에서 나타난 교사의 발문은 총 136개였다. 발문의 유형별로는 재생적 발문이 58개(42.6%)로 가장 많이 활용되었고, 수렴적 발문(40개, 29.4%)과 발산적 발문(38개, 27.9%)은 비슷한 빈도로 활용되었다. 세부 유형별로는 사실을 상기하는 발문이 35개(33.1%)로 가장 많이 활용되었고 정당화하도록 하는 발문(27개, 19.9%)과 다른(여러) 정답을 만들어내도록 하는 발문(24개, 17.4%)이 그 다음으로 많이 활용되었다. 주로 사용된 세 유형의 발문의 뒤를 이어 절차를 유도하는 발문(13개,

9.6%), 새로운 것을 발견하도록 하는 발문, 논의를 촉발하는 발문(이상 7개, 5.1%) 순으로 빈번히 활용되었다. 수학적 의미를 탐구하도록 하는 발문(2개, 1.5%)과 초점을 설정하도록 하는 발문(1개, 0.7%)은 거의 사용되지 않았으며 수학적인 용어를 사용하도록 하는 발문과 새로운 것과 연결 또는 추론하도록 하는 발문은 전혀 활용되지 않았다.

<표 4-11> 확률 영역 수업 발문 분석 결과

개수(열비율)

유형	코드	1차시	2차시	3차시	전체
재생적 질문	Rr	2 (3.9)	15 (51.7)	28 (50.0)	45 (33.1)
	Rl	2 (3.9)	7 (24.1)	4 (7.1)	13 (9.6)
수렴적 질문	Ct	0 (0.0)	0 (0.0)	0 (0.0)	0 (0.0)
	Ce	1 (2.0)	0 (0.0)	1 (1.8)	2 (1.5)
	Cc	7 (13.7)	1 (3.4)	2 (3.6)	10 (7.4)
	Cj	16 (31.4)	4 (13.8)	7 (12.5)	27 (19.9)
	Cf	1 (2.0)	0 (0.0)	0 (0.0)	1 (0.7)
발산적 질문	Ds	15 (29.4)	0 (0.0)	9 (16.1)	24 (17.4)
	Dd	4 (7.8)	0 (0.0)	3 (5.4)	7 (5.1)
	Dl	0 (0.0)	0 (0.0)	0 (0.0)	0 (0.0)
	Dp	3 (5.9)	2 (6.9)	2 (3.6)	7 (5.1)
계		51	29	56	136

<표 4-12> 확률 영역 수업 발문 예시

유형	코드	발문 예시
재생적	Rr	지금 보면 우리가, 경우의 수를 방금 구했어요. 몇 가지? 첫 번째 것은 몇 가지? 서른 여섯 가지. 두 번째 것은?
	Rl	자, 사건 A가 일어날 확률을 우리가 앞으로 어떻게 구하겠다? 전체 경우의 수 분의…?
수렴적	Ct	(없음)
	Ce	그러면 혹시, 여러분들 생각에 지금 두 개가 답이 다르잖아요. 맞죠? 그러면, 어느 쪽이 맞다고 생각하세요?
	Cc	너도 전체적으로 다섯 개씩 맞추려고 했는데, 배열은?
	Cj	$\frac{1}{36}$하고 $\frac{5}{36}$이 맞나요? 그러면은 $\frac{1}{11}$하고 $\frac{3}{11}$이 틀렸다고 말을 하는 거잖아요? 왜 틀렸는지 한 번 합리적으로 이유를 잘 설명해줘야 해요. 왜 그럴까?
	Cf	20번은 할 수 있고 100번까지는 못할 것 같아요? 그러면 20번을 해봤더니 어떻게 나왔나요?
발산적	Ds	굉장히 합리적인 설명이라 생각하나요? 그러면 6조는 방법이 하나 더 있는 것 같은데 나와서 한 번 설명해 볼래요? 재원이가 설명한 것 아닌 방법으로만 더 얘기하면 될 것 같아요.
	Dd	각 모둠별로 던졌을 때 우리 모둠에서 앞면이 나온 횟수가 있고, 학급 전체에서 앞면이 나온 횟수가 있잖아요. 그러면 얘들아, 자기 모둠 거하고 전체 거하고 비교해 봐. 자, 어떤 특징이 있는지 한 번 말해보자.
	Dl	(없음)
	Dp	그러면 얘들아. 동전은 너무 확실하니까, 이런 모형을 한 번 던져볼게요. 얘는 정육면체야? 아니지. 직육면체야? 아니지. 그러면 이걸 던져서 어떤 특정한 면이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$인가요? 어떻게 이것을 결정할까요?

재생적 발문이 수렴적 발문과 발산적 발문보다 많이 사용되었기 때문에 학생들의 수학적 창의성이 촉진 또는 발현될 기회가 제한되었을 수 있다. 재생적 발문에 답하기 위해서는 단순히 이미 알고 있는 사실을 상기하거나 주어진 상황에서 발견하기 어렵지 않은 사실을 확인하는 것만으로 충분하므로 학생이 자유롭게 사고를 발산하거나 논리-수학적 추론을 거쳐 정제된 형태로 수렴시킬 필요가 없기 때문이다. 하지만 교사는

확률 개념의 토대가 되는 큰 수의 법칙이나 근원사건의 등확률성 가정을 학생에게 설명한 후 이를 이해했는지 물어보는 방식으로 재생적 발문을 활용하지 않았다. 학생들은 확률 개념에 대한 열린 탐구 기회를 부여 받았고 이 개념들을 정립하는 과정에서 교사는 이와 같이 질문하였다. 학생의 답안을 정당화하도록 하는 수렴적 발문이 두 번째로 많이 활용되었다는 점과 서로 다른 혹은 복수의 정답을 만들도록 하는 발산적 발문이 세 번째로 많이 활용되었다는 점이 이를 뒷받침한다. 위 <표 4-12>의 예시 질문에서 확인할 수 있듯이 교사는 큰 수의 법칙을 형식적으로 제시하는 것이 아니라 직접 동전을 던져보는 확률 실험을 통하여 '어떤 특징이 있는지'(Dd) 학생들이 직접 탐구해보도록 하였다. 수학적 확률을 정의할 때 필요한 근원사건의 등확률성 가정에 대해서도 그 의미를 생각해보게 하고(Ce) 학생의 답변에 대하여 그렇게 생각하는 이유를 상술하게 하면서(Cj) 등확률성 가정을 할 수 없는 새로운 상황을 제시하여(Dp) 수렴적 사고와 발산적 사고를 골고루 촉진하고자 하였다. 재생적 발문(Rr, Rl)은 확률 실험의 결과를 토대로 확률 개념에 대하여 자유롭게 탐구해 볼 기회를 모두 제공한 후 그 내용을 정리하면서 사용되었다는 점도 확인할 수 있다.

4. 확률 영역의 과제와 발문 비교 분석

확률 영역의 교과서 과제와 교사 변형 과제, 그리고 수업에서의 발문 유형에 차이가 있는지 알아보기 위하여 카이제곱 검정을 실시하였다. 유의 수준 0.05에서 질문의 제시 형태(교과서 과제, 교사 변형 과제, 교사 발문)에 따라 그 유형 사이에 통계적으로 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났고 그 결과를 요약하면 <표 4-13>와 같다.

<표 4-13> 확률 영역 질문별 유형

개수(열비율)

유형	교과서 과제	변형 과제	발문	전체	카이제곱 (p)
재생적	16 (84.2)	18 (41.9)	58 (42.6)	92 (46.5)	13.175* (0.010)
수렴적	1 (5.3)	10 (23.3)	40 (29.4)	51 (25.8)	
발산적	2 (10.5)	15 (34.9)	38 (27.9)	55 (27.8)	

*p<0.05

세 형태의 질문 중 어떤 질문들 사이의 유형에 차이가 있는지 확인하기 위하여 두 종류씩 짝을 지어 교과서 과제-변형 과제(<표 4-14>), 교과서 과제-발문(<표 4-15>), 변형 과제-발문(<표 4-16>) 사이에 카이제곱 검정을 실시하였다.

<표 4-14> 확률 영역 교과서와 교사 변형 과제 유형

개수(열비율)

유형	교과서 과제	변형 과제	전체	카이제곱 (p)
재생적	16 (84.2)	18 (41.9)	34 (54.8)	9.565** (0.008)
수렴적	1 (5.3)	10 (23.3)	11 (17.7)	
발산적	2 (10.5)	15 (34.9)	17 (27.4)	

**p<0.01

교과서 과제와 교사 변형 과제의 유형 사이에 차이가 있는지 카이제곱 검정을 통하여 확인한 결과 유의 수준 0.01에서 통계적으로 유의미한 차이가 있는 것으로 확인되었다. 교과서 과제 19개 중 재생적 과제가 84.2%, 수렴적 과제가 5.3%, 발산적 과제가 10.5%였다. 교사 변형 과제도 재생적 과제가 41.9%로 가장 많았으나 교과서의 재생적 과제 비율의

절반 정도밖에 되지 않고 발산적 과제가 34.9%, 수렴적 과제가 23.3%를 차지하였다. 교과서에서 가장 많은 재생적 과제가 변형 과제에서도 가장 많았지만 그 비율은 두 배 이상 차이가 난다는 것, 그리고 교과서에는 거의 없는 수렴적, 발산적 과제가 변형 과제에서는 두 유형을 합하면 재생적 과제보다 많았다. 앞의 항들에서 교과서 과제와 교사 변형 과제의 특징을 살펴보았듯 교과서 과제는 주로 먼저 설명을 제시하고 그 설명에서 습득한 정보를 활용하여 확률을 계산하는 형태였다면 교사는 구체적인 확률값을 계산하는 것에 초점을 두지 않고 확률 개념 자체에 대하여 탐구할 수 있는 형태로 과제를 변형하였다.

<표 4-15> 확률 영역 교과서 과제와 발문 유형

개수(열비율)

유형	교과서 과제	발문	전체	카이제곱 (p)
재생적	16 (84.2)	58 (42.6)	74 (47.7)	11.667** (0.002)
수렴적	1 (5.3)	40 (29.4)	41 (26.5)	
발산적	2 (10.5)	38 (27.9)	40 (25.8)	

**p<0.01

교과서 과제와 발문의 유형 사이에 차이가 있는지 카이제곱 검정을 통하여 확인한 결과 유의 수준 0.01에서 통계적으로 유의미한 차이가 있는 것으로 확인되었다. 교과서 과제 19개 중 재생적 과제가 84.2%, 수렴적 과제가 5.3%, 발산적 과제가 10.5%를 차지하였다. 교사의 발문도 재생적 발문이 42.6%로 가장 높았으나 교과서 과제의 재생적 과제의 비율보다는 절반 가까이 낮은 것으로 나타났다. 수렴적 발문은 29.4%, 발산적 발문은 27.9%를 차지하여 거의 비슷한 정도로 활용되었다. 교과서 과제와 교사 발문의 재생적 질문, 수렴적 질문, 발산적 질문의 비율 차이는 각각 41.6% 포인트, 24.1% 포인트, 17.4% 포인트였다. 이와 같이 비교적 큰 차이로 인하여 통계적으로 유의미한 차이가 나타났고, 교사의 발문

활용 방식은 교과서 과제보다 창의적 사고 중 수렴적 사고와 발산적 사고 모두를 촉진하기에 더 적합했다고 볼 수 있다. 그러나 교과서 과제가 수업에서 직접적으로 활용된 것은 아니기 때문에 통계적 유의성 이외의 해석을 할 수는 없다.

<표 4-16> 확률 영역 교사 변형 과제와 발문 유형

개수(열비율)

유형	변형 과제	발문	전체	카이제곱 (p)
재생적	18 (41.9)	58 (42.6)	76 (42.5)	0.980 (0.613)
수렴적	10 (23.3)	40 (29.4)	50 (27.9)	
발산적	15 (34.9)	38 (27.9)	53 (29.6)	

교사의 변형 과제 43개 중 재생적 과제가 41.9%, 발산적 과제가 34.9%, 수렴적 과제가 23.3%의 순서로 많았다. 교사의 발문도 재생적 발문이 42.6%로 가장 많았고 그 뒤를 이어 수렴적 발문이 29.4%, 발산적 발문이 27.9%인 것으로 확인되었다. 각 유형별로 활용된 빈도의 순위는 달랐으나 카이제곱 검정을 통하여 교사 변형 과제와 발문의 유형 사이에 차이가 있는지 확인한 결과 유의 수준 0.05에서 통계적으로 유의미한 차이는 없었다. 재생적 질문, 수렴적 질문, 발산적 질문의 비율 차이가 각각 0.7% 포인트, 6.1% 포인트, 7% 포인트로 비교적 작았기 때문인 것으로 볼 수 있다. <표 4-14>, <표 4-15>, <표 4-16>의 결과를 종합하면, 확률 영역 교사 변형 과제와 발문이 교과서의 과제보다 수렴적 사고와 발산적 사고를 자극할 만한 잠재력이 더 크다는 것을 알 수 있다. 교과서 과제와 교사 변형 과제 사이에, 그리고 교과서 과제와 교사 발문 사이에 질문 유형별 차이가 통계적으로 유의미했고, 이 차이는 재생적 질문의 상대적으로 낮은 비율과 수렴적, 발산적 질문의 높은 비율에서 기인하기 때문이다. 이와 더불어 교사 변형 과제와 교사 발문의 질문 유형 비율에는 통계적으로 유의미한 차이가 없었다. 이는 교사가 수업을 설계

하는 과정에서 준비한 질문인 변형 과제와 수업을 실행하는 과정에서 제시한 질문인 발문 사이에 일관성이 있음을 보여준다. 이하에서는 구체적인 예화를 통해서 교사가 자신이 준비한 과제를 수업에 적용하며 어떠한 발문을 활용하여 학생의 창의적 사고를 촉진하고 수학 학습을 보조하고자 하는지 살펴볼 것이다.

<에피소드 4>

P1-T43	Cj	그러니까 다 H, T가 번갈아가면서 나온다? 이유는요?
P1-S44		동전은 양면이기 때문에, 50퍼센트 확률로 반반씩 나올 것 같아요.
P1-T47	Ds	그런데 왜 하필 앞면이 먼저 나왔을까요 혁수는? 똑같은 이유였어요? 상훈이 얘기해주세요.
P1-S48		뒷면, 뒷면, 뒷면, 뒷면..
P1-T49	Rl	그러니까 T가 몇 번 나왔어요?
P1-S50		T 6번이요.
P1-T51	Rl	T 6번. 그 다음에?
P1-S52		H 4번.
P1-T53	Cj	H 4번. 자, 왜요?
P1-S54		직접 해봤어요.
P1-T56	Ds	이런 걸 큰손이라고 해야 될 것 같은데. 어쨌든 상현이 의견 멋집니다. 직접 해봤기 때문에. 오랜만에 손든 강희.
P1-S57		그… 칸에 계속해서 HTHTHT, 한 칸에 HT
P1-T58	Cj	한 칸에 H하고 T하고 다 들어가야 해? 왜요?
P1-S59		그러니까, 무조건 던질 때 H 아니면 T가 나오기 때문에.
P1-T60	Ds	아까 저기 물음표 친 바울이랑 똑같은 것 같아. 왜냐하면 둘 중에 하나가 나올 수 있기 때문에. 그러면 지한이 얘기해볼까?
P1-S66		어, 저는 HHTTHTTTH.
P1-T67		잠깐만요. 뭔가 좀 복잡합니다.
P1-S68		H 두 번, T 두 번, H 한 번, T 세 번, 그리고 HH. 왜냐하면 저는 일단은 총 수를 봤을 때, HT가 총 10번 중에서 동전은 어차피 두 면밖에 없기 때문에, 50퍼센트, 50퍼센트 나올 거라 해서.
P1-T69		총 비율은 반씩이다?

P1-S70		반씩이라 생각했고 일단 처음에는 그냥 왠지 앞면이 나올 것 같았어요. 앞면이 나왔을 때 그 다음 던져 보면 그 전에 앞면이 나왔기 때문에 또 앞면이 나올 확률이 더 컸다고 생각했고, 그 다음에 T가 나온 경우는…. 왜냐면 무조건 확률이 나오는 게 아니기 때문에. 예외가 있다고 생각해서 T를 했고, 그런 식으로 해서….
P1-T71	Ds	자, 앞면이 두 번 나왔으면 뒷면이 좀 나와 줘야 하고? 자, 이런 식으로 비율을 맞췄고 어쨌든 전체적으로 절반이긴 한데 순서 배치는 그런 식으로 했다? 좋아. 그럼 마지막으로 재오.
P1-S72		HTTHHTHHTT
P1-T73	Cj	왜?
P1-S74		음, 일단 두 경우 모두 이 확률에 주는 영향이 없고 그 경우가 이 앞면, 뒷면의 두 가지밖에 없기 때문에 확률도 50, 50이기 때문에.
P1-T75	Cc	너도 전체적으로 다섯 개씩 맞추려고 했는데, 배열은요?
P1-S76		50퍼센트로 나올 확률로…. 몇 번씩 연속해서 나오는 건 틀리기 때문에 3연속은 없앴습니다.
P1-T77		이게 준희하고 가장 큰 차이점이구나. 3연속은 나오기 어려울 것 같아서 3연속은 없애고 두 번까지만 넣어 봤다? 아주 좋은 의견을 내준 것 같아요.

<에피소드 4>는 [그림 4-21]에서 동전을 10번 던졌을 때의 결과를 예측해보고 그 이유를 설명하는 발산적, 수렴적 과제를 해결하는 과정에서 이루어진 교실 담화의 일부이다. 답이 하나로 정해지지 않는다는 과제의 특성상 교사는 여러 학생들의 답을 청취하고자 하였다(P1-T47, P1-T56, P1-T60, P1-T71). 하나의 과제에 대하여 여러 학생의 답을 듣기는 하였지만, “그것 말고 다르게 나올 수는 없을까요?”와 같은 발문을 통하여 한 학생에게 여러 답을 요구하거나 “방금 이 학생의 의견에 대하여 동의하거나 반대하는 학생 있나요?”와 같은 발문으로써 다른 학생의 의견에 대한 평가적 의견을 개진하도록 하지는 않았다. 하지만 여러 학생의 의견을 수합하는 과정에서 교사는 항상 그와 같이 생각하는 이유를 물어보

며 수렴적 사고의 기회를 제공하였다(P1-T43, P1-T53, P1-T58, P1-T73). 교사가 이와 같이 발문한 결과, 직접 실험한 결과를 답한 학생(P1-S54), 어떤 면이 나올지 확신할 수 없기 때문에 한 칸에 앞면과 뒷면을 모두 넣어야 한다고 답한 학생(P1-S57), 앞면과 뒷면이 나오는 횟수를 동일하게 5회로 고정하고 임의로 배치했다고 답한 학생(P1-S44, P1-S68, P1-S72) 등의 여러 의견이 나타났다.

한편, 학생들이 자신의 답을 서술하면서 "뒷면, 뒷면, 뒷면, 뒷면"이라고 열 번 중 네 번째의 결과까지만 이야기한 상황에서(P1-S48) 교사가 그 횟수에만 초점을 맞추도록 "그러니까 T가 몇 번 나왔어요?"라고 질문하기도 하였다(P1-T49). 교사가 이와 같이 질문한 이유는 앞선 학생의 답과 비교하기 위해서인 것으로 볼 수 있다. 앞서 답한 학생이 "반반씩 나올 것"이라는 예측을 하였고(P1-S44) 교사는 "똑같은 이유였어요?"라고 질문을 하였기 때문이다(P1-T47). 그러나 동일한 발문에서 교사는 "왜 하필이면 앞면이 나왔을까"라는 문구도 포함하였기 때문에 뒷면이 먼저 나올 것이라고 답한 학생에게 "너는 왜 뒷면이 먼저 나올 것이라고 생각하니?"와 같은 발문은 하지 않아 여러 학생의 의견을 비교하는 기회를 제공하는 데에는 한계가 있었다. 즉, 교사의 초점은 '앞면 5회, 뒷면 5회'로 옮겨 있었으나 이것은 학생과 공유되지 않았고 학생은 원래의 물음에 답하다가 교사에 의해 중단하는 모습이 나타났다.

이와 달리, 교사가 학생의 발화 의도를 이해하여 자신의 질문 의도와는 다른 내용의 답변을 했을 때 이를 중단시키지 않고 모두 청취한 후 재차 질문하여 답안을 보다 구체화 하도록 하는 경우도 있었다. 학생은 동전을 열 번 던진 결과를 "HTTHHTHHTT"(P1-S72)로 예상했다고 발표한 데에 대하여 교사는 그 이유를 물어보았다(P1-T73). 이에 학생은 동전을 한 번 던지는 시행에서 나타날 수 있는 결과는 앞면과 뒷면의 두 개이므로 전체 열 번의 시행에서 앞면과 뒷면의 비율이 동일해야 한다는 근거를 제시하였다(P1-S74). 교사는 이와 같은 학생의 답을 들으면서 자신의 질문의 의도가 명확하지 못했다는 것을 인지하고 "배열"이 어떻게 되는지 보다 구체적으로 질문함으로써(P1-T75) 같은 면이 세 번 연속

나올 확률은 작기 때문이라는 학생의 답을(P1-S76) 이끌어 냈다.

<에피소드 5>

P2-T189	Rl	5, 6, 7, 8. 한 10, 11도 조금 높기는 하네요. 9하고 11을 비교했을 때. 어쨌든 2하고 12는 거의 안 나왔다는 것을 알 수 있겠죠. 그러면 얘들아. 동전 던지기는 앞면이 나온다는 경향성이 굉장히 확실하게 보였잖아. 맞아? 그렇지? 그런데 지금 여기서는 7하고 8이 많이. 그러니까 6, 7, 8이 많이 나올 거라 예상을 하는 게 되게 많은데, 그 경향성이 확실하게 보여, 안 보여?
P2-S190		보여요.
P2-T191	Rl	확실하게 보여요?
P2-S192		확실하게 까지는 안 보입니다.
P2-T193	Rl	0.5에 접근하는 것처럼 보입니까?
P2-S194		아니오.
P2-T195	Dp	그렇게까지는 보이지 않죠? 그러면 도대체 동전 던지기와 주사위 두 개 던지기의 차이점이 뭘까요? 지수?
P2-S196		동전 던지기는 단순하게 앞, 뒤만 있지만 주사위는 어떤 수들의 합에 의해서 되는 수이기 때문에 중간의 숫자들은 여러 가지 경우가 나와요.
P2-T197	Cc	결과가 앞, 뒤만 있는 게 아니라…. 그러니까 두 가지만 있는 게 아니라 경우가 굉장히 많다? 그게 영향을 미쳤을 것 같다? 그게 어떤 식으로 영향을 미쳤을까요? 조금 더 구체적으로 얘기해볼까?
P2-T199	Rr	얘들아, 지수가 뭐라고 그랬냐 하면. 여기는 경우의 수가 많다고 말을 했거든. 그거에 덧붙여서 조금만 더 보충으로 얘기를 했으면 좋겠는데. 자, 앞면이 나올 확률은 얼마죠?
P2-T200		$\frac{1}{2}$.
P2-T201	Rl	$\frac{1}{2}$이죠. 그럼 여기서 합이 7이 나오려면 얼마인 거 같아요 여러분들이 계산했을 때?
P2-S202		$\frac{7}{11}$.

P2-T203		$\frac{7}{11}$인 것 같아요?
P2-S204		$\frac{1}{6}$?
P2-T205	Cj	왜 $\frac{1}{6}$이지?
P2-S206		$\frac{1}{36}$인 것 같아요.
P2-T207		아 이게 나올 확률, 합이 7이 나올 확률이 $\frac{1}{36}$이요?
P2-S208		$\frac{6}{11}$.
P2-T209	Cj	너는 $\frac{6}{11}$. 너는 왜 $\frac{6}{11}$이야?
P2-S210		일단은 전체가 11분에. 합에서 7이 나올 게 1하고 6, 2하고 5, 3하고 4, 그리고 반복.
P2-T211	Cj	전체가 왜 11이야?

<에피소드 5>는 주사위의 두 눈의 합 과제를 해결하면서 이루어진 교실 담화의 일부이다. 이 에피소드의 특징 중 하나는, 동전 한 개를 던지는 확률 실험과 주사위 두 개를 던지는 확률 실험의 차이점이 무엇인지 알아보자는 하나의 발산적 질문을 학생들에게 던지고(P2-T195) 이를 해결하는 것을 돕는 과정에서 이 질문 전후로 일련의 재생적 질문(P2-T189, P2-191, P2-T193, P2-T199, P2-T201)과 수렴적 질문(P2-T197, P2-T205, P2-T209, P2-T211)을 활용하였다는 점이다. 다시 말하면, 수업에서 중심적으로 다루어질 하나의 발산적 질문에 대하여 상대적으로 많은 수의 재생적 질문과 수렴적 질문이 수반되었다.

교사는 처음에 학생들이 동전 두 개를 던져본 결과를 정리하면서 어떤 경향성을 관찰했는지 물어보는 대신에 학생들의 실험 결과에 대한 해석을 직접 제시하였다(P2-T189). 따라서 이때의 교사의 질문은 “맞아?”, “그렇지?”, “경향성이 확실하게 보여, 안 보여?” 등 학생들의 수학적 탐구를 촉진하는 질문이라기보다는 정해져 있는 수학적 내용(수학적 확률과 큰 수의 법칙)으로 학생들을 유도하는 질문이었다. 그러나 한 학생이 경향성이 보인다고 답하자(P2-S190) 교사는 다시 “확실하게 보이는지” 물었고(P2-T191) 확실하지는 않다는 학생의 답도 들을 수 있었다

(P2-S192). 그러면서 마지막으로 본격적인 탐구 질문을 던지기 전에 동전 던지기 확률 실험에서의 “0.5”라는 수치와 “접근”이라는 표현을 사용하여 주사위 두 개를 던지는 확률 실험과 비교하는 방향으로 학생들을 유도하였다(P2-T193).

교사는 이어서 본격적으로 근원사건의 등확률성 가정에 대하여 탐구할 수 있는, 서로 다른 두 확률 실험을 비교하도록 질문을 던졌다(P2-T195). 학생은 동전 던지기 실험 결과에 대하여 “단순하게 앞, 뒤”라고 표현한 반면 주사위 던지기 실험 결과에 대하여는 “여러 가지 경우”라고 표현하며 두 실험의 차이점을 지적하였다(P2-S196). 하지만 주사위의 두 눈의 합을 구하는 실험에서는 순서쌍에 주목하는지 합에 주목하는지에 따라 “여러 가지 경우”가 다르게 해석될 수 있으므로 교사는 학생의 답을 보다 구체화해서 설명할 것을 요구하였다(P2-T197). 그러나 “구체적으로 설명”이라는 지시 자체도 학생 입장에서는 모호할 수 있으므로 교사는 학생들에게 구체적인 확률을 계산해 답하도록 하였다(P2-T199, P2-T201). 합이 7이 나올 확률에 대하여 학생들은 정답($\frac{1}{6}$)을 포함하여(P2-S204) $\frac{1}{36}$(P2-S206), $\frac{6}{11}$(P2-S208), $\frac{7}{11}$(P2-S202) 등의 다양한 의견을 제시하였다. 교사는 처음에 정답을 말한 학생에게 왜 답이 그런지 물어보고(P2-T205) 이어서 $\frac{6}{11}$을 답이라고 한 학생에게도 왜 그렇게 생각하는지 이유를 물어보았다(P2-T209). “일단은 전체가 11분에. 합에서 7이 나올 게 1하고 6, 2하고 5, 3하고 4, 그리고 반복”(P2-S210)이라는 학생의 답을 보면 이 학생은 전체 경우의 수, 즉 확률의 분모를 구할 때에는 두 눈의 합에 주목하고 있지만 두 눈의 합이 7이 나올 경우의 수, 즉 확률의 분자를 구할 때에는 두 눈의 순서쌍에 주목하고 있음을 확인할 수 있다. 교사는 학생이 근원사건에 대하여 잘못된 이해를 보이는 것을 포착하고 “전체가 왜 11”(P2-T211)인지 물어보면서 학생이 자신의 사고과정을 보다 면밀히 검토할 수 있는 기회를 제공하였다.

<에피소드 6>

P3-T95	Rl	자 그러니까 지금 용국이가 설명한 게 뭐였냐면, 합이 2가 될 확률을 구하려고 뭐를 했냐하면 합이 2가 안 될 확률을 구했죠. 안 되는 경우가 35가지다. 됐습니까? 그렇다면 5번 문제는 어떻게 풀 수 있어요?
P3-S96		서로 같은 확률을 빼요.
P3-T97	Rr	어, 서로 같은 확률을 빼면 되죠. 서로 같은 경우가 몇 개 나오죠?
P3-S98		여섯 가지.
P3-T99	Rr	여섯 가지. 그러니까 $\frac{6}{36}$이죠. $\frac{1}{6}$이죠. 그러니까 이 문제는 어떻게 풀 수 있어요? 1 빼기 $\frac{1}{6}$ 해가지고 $\frac{5}{6}$. 자, 그 다음에 6번. 주사위를 두 번 연속으로 던졌을 때 눈의 합이 1이 될 확률은?
P3-S100		0.
P3-T101	Rl	자 이건 일어날 수 없는 일이죠. 자, 일어날 수 없는 일은 확률이? 0입니다. 됐나요? 그 다음에 넘어가서 얘들아. 사건 A가 일어날 확률을 우리가 앞으로 어떻게 구하겠다? 전체 경우의 수 분의?
P3-S102		사건 A가 일어날 확률.
P3-T103	Rr	사건 A의 경우의 수죠. 근데 이럴 때 반드시 뭐를 확인한다? 각 경우마다 일어날 가능성이 동일해야 한다는 거죠? 이거 잊어버리면 안 되고요. 사건 A가 일어날 확률이 p라면 일어나지 않을 확률은?
P3-S104		0.
P3-T105		0이야?
P3-S106		1 빼기 p.
P3-T107	Rr	어. 1 빼기 p. 자, p의 범위는, 사건 A가 일어날 확률의 범위는? 제일 작아도 0이야. 얘는 음수 없어요. 그리고 1, 반드시 일어나면 1이 되겠죠. 다음. 주머니 속에 흰색 바둑알이 5개, 검정색 바둑알이 6개가 있어. 그럼 주머니 속에서 한 개의 바둑알을 꺼낼 때 다음 사건이 일어날 확률을 구하시오. 검은색 바둑돌 나올 확률?

P3-S108		$\frac{6}{11}$.
P3-T109	Rr	이거 너무 간단하죠. 흰색?
P3-S110		$\frac{5}{11}$.
P3-T111	Rr	흰색 또는 검은색이 나올 확률?
P3-S112		1.
P3-T113	Rr	이건 반드시 일어나는 일이니까? 1. 붉은색은?

<에피소드 6>은 [그림 4-19]에서 공사건, 전사건, 여사건의 확률을 구하는 과제를 해결하면서 나타난 교실 담화의 일부이다. 이 에피소드가 선정된 이유는 확률 영역 발문에서 가장 많은 것으로 관찰된 재생적 질문이 수업에서 어떤 방식 또는 패턴으로 활용되었는지 보여주는 대표적인 사례이기 때문이다.

<에피소드 5>의 후반부와 마찬가지로 이 에피소드도 학생들에게 확률 계산을 요구하는 재생적 질문이 주를 이룬다(P3-T97, P3-T99, P3-T107, P3-T109, T3-T111, P3-T113). 그 이외의 질문들은 확률 계산을 하는 방법이 무엇인지에 대한 것들이다(P3-T95, P3-T101, P3-T103). <에피소드 5>에서 두 확률 실험의 차이에 대한 탐구, 근원사건의 등확률성에 대한 탐구 등 기존 확률 교육 연구에서 학생들의 이해도가 높지 않음을 지적한 주제를 다루었고 실제로 학생들도 다양한 오류를 드러냈다. 하지만 이 에피소드에서 다루어진 공사건, 전사건, 여사건의 확률 계산은 상대적으로 이해하기 쉬운 주제로서 실제로 학생들도 오류를 전혀 드러내지 않았고 이에 따라 교사도 굳이 부연 설명을 하거나 학생에게 정당화를 요구하지도 않은 것으로 볼 수 있다. 비록 확률 영역 수업에서 재생적 질문이 가장 큰 비중을 차지하였지만 학생들이 쉽게 이해하는 내용에 대해서 시간을 들이기보다는 학생들이 수학적으로 이해하기 어려운 부분, 학생들의 오류를 교정해야 하는 부분, 학생들 사이에 의견이 갈리는 부분 등에 수업 시간을 더 할애하여 학생들의 탐구 시간을 보장하고 교사도 탐구를 촉진하는 질문을 구사하여야 한다고 여러 연구에서 지적해 온 바, 재생적 질문이 높은 빈도로 활용되었다는 점이 학생들의 창의적 사고를 저해하였다는 것의 근거로 활용될 수는 없을 것이다.

제 3 절 기하 영역과 확률 영역 비교 분석

1. 교과서의 기하 영역과 확률 영역 과제 비교 분석

교과서의 기하 영역과 확률 영역 과제 유형에 차이가 있는지 알아보기 위하여 카이제곱 검정을 실시하였다. 유의 수준 0.05에서 내용 영역(기하 영역, 확률 영역)에 따라 과제 유형 사이에 통계적으로 유의미한 차이는 없는 것으로 나타났다. 그 결과를 요약하면 <표 4-17>과 같다.

<표 4-17> 기하 영역과 확률 영역 교과서 과제 유형

개수(열비율)

유형	기하 영역	확률 영역	전체	카이제곱 (p)
재생적	19 (79.2)	16 (84.2)	35 (81.4)	4.401 (0.111)
수렴적	5 (20.8)	1 (5.3)	6 (14.0)	
발산적	0 (0.0)	2 (10.5)	2 (4.7)	

교과서 기하 영역 과제 24개 중 재생적 과제가 79.2%, 수렴적 과제가 20.8%, 발산적 과제가 0.0%였다. 교과서 확률 영역 과제 19개 중 재생적 과제가 84.2%로 대부분을 차지하였고, 발산적 과제가 10.5%, 재생적 과제가 5.3%를 차지하였다. 각 유형의 비율 사이의 차이는 수렴적 과제가 15.5% 포인트로 가장 높았으며 발산적 과제가 10.5% 포인트, 재생적 과제가 5% 포인트로 그 뒤를 이었다. 기하 영역과 확률 영역의 교과서 과제는 주로 주어진 설명을 읽고 이것을 적용하여 계산하도록 하는 형태였기 때문에 공통적으로 재생적 과제가 대부분인 것으로 나타났고 창의적 사고를 촉진하기에는 미흡한 것으로 확인되었다. 수렴적 과제와 발산적 과제는 그 수도 많지 않고 비율 사이에 통계적으로 유의미한 차이가 있지는 않았으나 기하 영역에는 수렴적 과제가, 확률 영역에는 발산적 과

제가 더 높은 비율로 제시되었다.

2. 교사의 기하 영역과 확률 영역 변형 과제 비교 분석

교사의 기하 영역과 확률 영역 변형 과제 유형에 차이가 있는지 알아보기 위하여 카이제곱 검정을 실시하였다. 유의 수준 0.05에서 내용 영역(기하 영역, 확률 영역)에 따라 변형 과제의 유형 사이에 통계적으로 유의미한 차이는 없는 것으로 나타났다. 그 결과를 요약하면 <표 4-18>과 같다.

<표 4-18> 기하 영역과 확률 영역 교사 변형 과제 유형

개수(열비율)

유형	기하 영역	확률 영역	전체	카이제곱 (p)
재생적	5 (22.7)	18 (41.9)	23 (35.4)	4.989 (0.083)
수렴적	11 (50.0)	10 (23.3)	21 (32.3)	
발산적	6 (27.3)	15 (34.9)	21 (32.3)	

교사의 기하 영역 변형 과제 22개 중 수렴적 과제가 50.0%, 발산적 과제가 27.3%, 재생적 과제가 22.7%였다. 교사의 확률 영역 변형 과제는 이와 달리 43개 중 재생적 과제가 41.9%로 가장 많았고, 그 뒤를 이어 발산적 과제가 34.9%, 수렴적 과제가 23.3%를 차지하였다. 각 유형의 비율 사이의 차이는 수렴적 과제가 26.7% 포인트로 가장 높았으며 재생적 과제가 19.2% 포인트, 발산적 과제가 7.6% 포인트로 그 뒤를 이었다. 재생적 과제, 수렴적 과제와 비교했을 때 발산적 과제의 비율 차이는 상대적으로 크지 않았다. 교사의 기하 영역과 확률 영역 변형 과제는 교과서에서 설명으로 제시했던 부분을 학생들이 해결해야 할 과제로 제시하거나 개념이나 공식을 적용하기 전에 이에 대하여 자유롭게 탐구할 수 있는 기회를 제공하였기 때문에 발산적 과제의 비율은 두 영역에서 차이가

많이 나지 않았다고 볼 수 있다. 발산적 과제의 개수도 기하 영역에서보다 확률 영역에서 더 많았는데 이는 교사가 학생들이 탐구할 대상을 확률 영역에서 더 많이 제시하였기 때문이다. 기하 영역에서 학생들이 탐구해야 하는 것은 원과 부채꼴 사이의 관계 하나였던 반면, 확률 영역에서 학생들은 확률 시행의 독립성, 수학적 확률과 통계적 확률의 연결고리인 큰 수의 법칙, 수학적 확률의 기본 가정인 근원사건의 등확률성 등의 여러 요소를 관찰하고 수학적인 발견을 해야 했다. 재생적 과제의 경우, 기하 영역에서는 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구체적으로 계산하는 과제가 많지 않았던 반면 확률 영역에서는 구체적인 상황에서의 확률을 계산하는 과제가 많이 활용되어 상대적으로 확률 영역에서 비율이 높게 나타났다. 수렴적 과제는 기하 영역과 확률 영역에서 각각 11개, 10개로 그 개수는 거의 비슷하였으나 비율의 차이는 세 유형의 과제 중 가장 컸다. 두 영역에서 수렴적 과제는 모두 학생의 수학적 발견과 관찰을 정당화하는 데에서 주로 활용되었다. 따라서 기하 영역에서 보다 확률 영역에서 수렴적 과제의 비율이 낮다는 것이 학생들의 수렴적 사고가 덜 고려된 것이라고 볼 수는 없다.

3. 교사의 기하 영역과 확률 영역 수업 발문 비교 분석

교사의 기하 영역과 확률 영역 변형 수업 발문 유형에 차이가 있는지 알아보기 위하여 카이제곱 검정을 실시하였다. 유의 수준 0.05에서 내용 영역(기하 영역, 확률 영역)에 따라 변형 과제의 유형(재생적 발문, 수렴적 발문, 발산적 발문) 사이에 통계적으로 유의미한 차이는 없는 것으로 나타났다. 그 결과를 요약하면 <표 4-19>와 같다.

<표 4-19> 기하 영역과 확률 영역 발문 유형

개수(열비율)

유형	기하 영역	확률 영역	전체	카이제곱 (p)
재생적	123 (40.1)	58 (42.6)	181 (40.9)	0.332 (0.847)
수렴적	91 (29.6)	40 (29.4)	131 (29.6)	
발산적	93 (30.3)	38 (27.9)	131 (29.6)	

교사의 기하 영역과 확률 영역 변형 수업의 발문 세부 유형에 차이가 있는지 알아보기 위하여 카이제곱 검정을 통하여 확인한 결과 유의 수준 0.001에서 통계적으로 유의미한 차이가 있는 것으로 확인되었다. 즉, 교사 발문의 유형을 재생적 발문, 수렴적 발문, 발산적 발문으로 구분하면 내용 영역(기하 영역, 확률 영역)에 따라 유형에 차이가 없으나 세분화된 11가지 유형 사이에는 차이가 있었다. 기대빈도가 5 이하인 칸이 22개 중 3개(13.6%)로 20% 이하이기 때문에 통계적으로 유의한 검정 결과이다. 그 결과를 요약하면 <표 4-20>과 같다.

<표 4-20> 기하 영역과 확률 영역 발문 세부 유형

개수(열비율)

유형	코드	기하 영역	확률 영역	전체	카이제곱 (p)
재생적	Rr	109 (35.5)	45 (33.1)	154 (34.8)	43.956*** (0.000)
	Rl	14 (4.6)	13 (9.6)	27 (6.1)	
수렴적	Ct	12 (3.9)	0 (0.0)	12 (2.7)	
	Ce	21 (6.8)	2 (1.5)	23 (5.2)	
	Cc	25 (8.1)	10 (7.4)	35 (7.9)	
	Cj	18 (5.9)	27 (19.9)	45 (10.2)	
	Cf	15 (4.9)	1 (0.7)	16 (3.6)	
발산적	Ds	40 (13.0)	24 (17.6)	64 (14.4)	
	Dd	18 (5.9)	7 (5.1)	25 (5.6)	
	Dl	8 (2.6)	0 (0.0)	8 (1.8)	
	Dp	27 (8.8)	7 (5.1)	34 (7.7)	

p<0.001***

두 영역에서 모두 가장 많이 나타난 발문은 사실을 상기하는 발문으로, 그 비율도 35.5%와 33.1%로 거의 비슷하였다. 사실을 상기하는 발문을 포함하여 수학적인 용어를 사용하도록 하는 발문, 수학적 의미를 탐구하도록 하는 발문, 명확화 또는 정교화 하도록 하는 발문, 초점을 설정하도록 하는 발문, 새로운 것을 발견하도록 하는 발문, 연결 및 추론하도록 하는 발문, 논의를 촉발하는 발문 등 8개의 유형의 발문은 확률 영역보다 기하 영역에서 더 많이 활용되었다. 특히, 이들 중 수학적인 용어를

사용하도록 하는 발문과 연결 및 추론하도록 하는 발문은 전혀 사용되지 않았다. 수학적인 용어를 사용하도록 하는 발문이 기하 영역에서 더 많이 활용된 것은, 원과 부채꼴 단원의 전반부에서 호, 현, 부채꼴 등 원위에서 정의되는 여러 도형과 그 용어에 대한 학습을 하지만(<표 4-21> 참고) 확률의 뜻과 그 성질 단원에서는 '확률'이라는 용어 이외의 수학적인 표현을 학습하거나 구사해야 하는 것은 아니기 때문인 것으로 해석할 수 있다. 수학적 의미를 탐구하도록 하는 발문이 기하 영역에서는 21개(6.8%)였으나 확률 영역에서 2개(1.5%)밖에 되지 않았던 것도 이와 같이 학습 내용 요소 상의 차이에서 기인한 것으로 볼 수 있다.

<표 4-21> 기하 영역 Ct와 Ce 발문 예시

코드	발문 예시
Ct	- 3.14인데 중학교에서는 이게 원래 끝나지 않는 복잡한 수라고 그랬죠? 그래서 어떤 기호를 쓰기로 했지요? - 너희들은 그렇게 말했지만 수학책에서는…? - 여기 나와 있는 용어와 수학 기호를 사용해서 설명하는 문장을 세 게 이상 써봅시다. - 여기서 이 부채꼴을 뭐라고 하는 게 좋을까? - 접었을 때 이 크기가 다 같은데…. 그 크기란 말을 수학적으로 조금 바꾸면? - 그 말을 지금 수학적으로 어떻게 표현했어요?
Ce	- 원주율의 뜻을 누가 한 번 말해 볼까요? - 그러니까 지금 아까 얘기한 거에서 '한 점에서 거리가 같다.'라고 했을 때의 이 거리가 무엇이지? - 모서리라는 말은 입체도형에서 썼어요. 그러면 평면도형에서는 모서리가 아니라 어떤 말을 써야 할까요? - 이거를 꼭짓점이라고 볼 수 있을까, 없을까? - 사실 지름은, 원의 중심을 통과하는 직선이 무엇에 의해서 잘려야 하죠? - 그런데 이건 부채꼴이 아니라고 생각해? 그러면 어떤 게 부채꼴이지?

확률 영역에서 연결 및 추론하도록 하는 발문 또한 한 개도 활용되지 않았으며 초점을 설정하도록 하는 발문은 1개(0.7%) 관찰되었다. 이는 확률 수업에서 연결 또는 추론 발문이 2%, 조건의 변화에 따른 정보의 차이를 알아보는 발문이 0%로 관찰된 신보미(2017)의 연구와 유사한 결과를 보여주는 것이다. 하지만 확률 수업에서 이와 같은 발문이 불가능하다거나 효과적이지 않다고 볼 충분한 근거가 될 수는 없다. 오히려 기하 영역에서와 마찬가지로 확률 영역에서도 이와 같은 발문을 활용하여 학생의 수렴적 사고와 발산적 사고를 촉진할 수 있도록 대안적인 발문을 탐색할 필요가 있다. 기하 영역에서 두 유형의 발문이 각각 8개(2.6%), 15개(4.9%)로 높은 비중을 차지하지는 않았으나 전자는 새로운 상황을 탐구하는 상황에서, 후자는 원과 부채꼴 사이의 관계를 탐구하는 데에 있어 주목해야 할 요소 또는 조건을 탐구하는 상황에서 활용되었다(<표 4-22> 참고).

<표 4-22> 기하 영역 Dl과 Cf 발문 예시

코드	발문 예시
Dl	- 그러면 ‘각이 없다’는 어떤 도형의 특징이야? 원만의 특징이 아니라? - 자기 자신이 여기(원 위) 위치해 있다면 원이라는 게 어떻게 느껴질지에 대해서 한 번 생각해 볼까요? - 이 각을 우리가 지금 360도라고 했잖아요. 그런데 만약에 이것을 600도라고 하면 어떻게 될까요?
Cf	- 그런데 우리 아직 지름의 뜻을 얘기 안 했지? - 이것들은 합동인 부채꼴들이라서 똑같은데 지금은 이 모양을, 크기를 바꿀 거야. 그런데 바꾸긴 바꾸는데 하나는 안 바꾸는데, 무엇을 안 바꾸지? - 일단 첫 번째, 각의 크기만 먼저 발견을 해봅시다. 각의 크기만. 각도기 없이 구합니다. 각도기 없이 각의 크기를 구하는 거예요. - 그래서 표에서 우리가 무엇을 조사하죠? 각, 호, 넓이, 이 세가지를 왜 조사하는지 알겠습니까? 규칙을 발견하고 싶은 거예요.

기하 영역보다 확률 영역에서 더 높은 비율을 차지한 발문으로는 절

차를 유도하는 발문, 정당화를 요구하는 발문, 다른(여러) 정답을 만들도록 하는 발문 등 세 가지였다. 이들 중 가장 두드러진 차이를 보인 유형은 정당화 하도록 하는 발문으로서 기하 영역에서는 18개(5.9%)가 사용된 반면 확률 영역에서는 27개(19.9%)가 사용되어 사실을 상기하는 발문 다음으로 높은 빈도로 활용되었다. 이와 같은 결과는 백소영, 김도현, 이경언(2014), 신보미(2017), 홍진곤, 김윤희(2012) 등 국내의 여러 연구에서 확률 영역의 지도에 있어 교사가 정당화를 요구하는 평가적 발문을 거의 구사하지 않고 있다는 지적과는 상반되는 것이다. 교사가 주로 학생들의 의견을 정당화하도록 요구한 활동은 두 가지였다(<표 4-23> 참고). 첫 번째는 동전을 일정 횟수만큼 던졌을 때 앞면과 뒷면이 어느 정도 나오는지 예측해보는 활동, 즉 확률의 독립시행에 관한 활동이었다. 다른 하나는 주사위를 두 번 던졌을 때 나오는 두 눈의 수의 합에 관한 활동, 즉 근원사건의 등확률성에 대하여 탐구하는 활동이었다. 두 활동에서 모두 학생들은 서로 대립되는 다양한 의견을 제시하였으며 교사는 이에 대하여 왜 그렇게 생각하는지 묻는 질문으로서 학생들 사이에 의견이 교환되고 답한 학생 스스로 반성적으로 사고할 수 있는 기회를 제공하였다.

<표 4-23> 확률 영역 Cj 발문 예시

코드	발문 예시
Cj	- 열 번째까지 던졌을 때 어떻게 나올지 빈칸을 채워주시고요. 자기가 그렇게 채운 이유를 합리적으로 써줬으면 좋겠어요. - 그러니까 다 H, T가 번갈아가면서 나온다? 이유는요? - 한 칸에 H하고 T하고 다 들어가야 해? 왜요? - 9번은 H이고 나머지는 다 T다? 왜 하필이면 9번일까? - 너는 $\frac{6}{11}$? 왜 $\frac{6}{11}$이야? - 전체가 왜 11이지? - $\frac{1}{36}$하고 $\frac{5}{36}$이 맞나요? 그러면은 $\frac{1}{11}$하고 $\frac{3}{11}$이 틀렸다고 말을 하는 거잖아요? 왜 틀렸는지 한 번 합리적으로 이유를 잘 설명해 줘야 해요. 왜 그럴까?

제 5 장 요약 및 결론

제 1 절 요약

본 연구에서는 2015 개정 교육과정에서 강조한 수학 교과 역량 중 수학적 창의성을 촉진하기 위하여 중학교 1학년의 기하 영역과 중학교 2학년의 확률 영역 수업에서 한 경력교사가 교과서의 과제를 어떻게 변형하고, 이 과제를 활용한 수업에서 어떤 발문을 제시하는지 분석하였다. 더불어, 각 내용 영역 내에서 교과서 과제, 변형 과제, 발문의 차이는 어떠한지와 교과서 과제, 변형 과제, 발문의 영역 간 차이는 어떠한지 비교 분석하였다.

본 연구의 결과를 다음과 같이 요약할 수 있다.

첫째, 교과서의 기하 영역 과제는 재생적 과제(79.2%), 수렴적 과제(20.8%), 발산적 과제(0.0%)의 순서로 많았고 교사 변형 과제는 수렴적 과제(50.0%), 발산적 과제(27.3%), 재생적 과제(22.7%)의 순서로 많았다.

둘째, 기하 영역 수업의 발문은 재생적 발문(40.1%), 발산적 발문(30.3%), 수렴적 발문(29.6%)의 순서로 많았다. 세부 유형별로는 사실을 상기하는 발문(35.5%), 다른(여러) 정답을 만들어내도록 하는 발문(13.0%), 논의를 촉발하는 발문(8.8%), 명확화 또는 정교화하도록 하는 발문(8.1%), 수학적 의미를 탐구하도록 하는 발문(6.8%), 정당화하도록 하는 발문, 새로운 것을 발견하도록 하는 발문(각 5.9%), 초점을 설정하도록 하는 발문(4.9%), 절차를 유도하는 발문(4.6%), 수학적인 용어를 사용하도록 하는 발문(3.9%), 새로운 것과 연결 또는 추론하도록 하는 발문(2.6%)의 순서로 많았다.

셋째, 기하 영역 교과서 과제, 교사 변형 과제, 발문의 유형 사이에 차이가 있다. 카이제곱 검정으로 동질성 검정을 시행한 결과, 교과서 과제와 교사 변형 과제는 유의 수준 0.001에서, 교과서 과제와 발문은 유의

수준 0.001에서 질문의 유형의 비율에 통계적으로 유의미한 차이가 있었다. 교사 변형 과제와 발문의 유형은 통계적으로 유의미한 차이가 없었다.

넷째, 교과서의 확률 영역 과제는 재생적 과제(84.2%), 발산적 과제(10.5%), 수렴적 과제(5.3%)의 순서로 많았고 교사 변형 과제는 재생적 과제(41.9%), 발산적 과제(34.9%), 수렴적 과제(23.3%)의 순서로 많았다.

다섯째, 확률 영역 수업의 발문은 재생적 발문(42.6%), 수렴적 발문(29.4%), 발산적 발문(27.9%)의 순서로 많았다. 세부 유형별로는 사실을 상기하는 발문(33.1%), 정당화하도록 하는 발문(19.9%), 다른(여러) 정답을 만들어내도록 하는 발문(17.4%), 절차를 유도하는 발문(9.6%), 명확화 또는 정교화하도록 하는 발문(7.4%), 새로운 것을 발견하도록 하는 발문, 논의를 촉발하는 발문(각 5.1%), 수학적 의미를 탐구하도록 하는 발문(1.5%), 초점을 설정하도록 하는 발문(0.7%)의 순서로 많았고, 수학적인 용어를 사용하도록 하는 발문과 새로운 것과 연결 또는 추론하도록 하는 발문은 활용되지 않았다.

여섯째, 확률 영역 교과서 과제, 교사 변형 과제, 발문의 유형 사이에 차이가 있다. 카이제곱 검정으로 동질성 검정을 시행한 결과, 교과서 과제와 교사 변형 과제는 유의 수준 0.01에서, 교과서 과제와 발문은 유의 수준 0.01에서 질문의 유형의 비율에 통계적으로 유의미한 차이가 있었다. 교사 변형 과제와 발문의 유형은 통계적으로 유의미한 차이가 없었다.

일곱째, 기하 영역과 확률 영역 사이에서 교과서 과제, 교사 변형 과제, 발문 중 발문의 유형에만 차이가 있다. 세 질문의 유형을 재생적, 수렴적, 발산적 질문의 세 가지로 분류하여 카이제곱 검정으로 동질성 검정을 시행한 결과, 모두 통계적으로 유의미한 차이가 없었다. 그러나 발문을 11가지 세부 유형으로 구분한 자료는 기하 영역과 확률 영역 사이에서 유의 수준 0.001에서 통계적으로 유의미한 차이가 있었다.

제 2 절 결론

본 연구에서 얻은 결론은 다음과 같다.

첫째, 기하 영역과 확률 영역 모두에서 교사의 과제 변형은 학생의 창의성을 촉진하기에 더 적합한 형태로 이루어졌다. 기하 영역의 경우 교과서에서는 재생적 과제가 가장 많았으나(79.2%) 교사 변형 과제에는 재생적 과제가 가장 적었다(22.7%). 확률 영역의 경우에는 교과서에서도 재생적 과제가 가장 많았고(84.2%) 교사 변형 과제에도 재생적 과제가 가장 많았으나(41.9%) 그 비율의 차이가 두 배를 약간 넘어설 정도로 교사 변형의 재생적 과제가 차지하는 비중은 작았다. 역으로 생각해보면, 수렴적 과제와 발산적 과제가 모두 학생의 창의성을 촉진할 만한 잠재력을 지닌 과제이고(안민웅, 이경화, 2019; Cropley, 2006; Kaufman, 2015; Lee, 2017, Sriraman, 2017; Reiter-Palmon & Arreloa, 2015) 재생적 과제는 인지적 요구 수준이 낮은 과제(홍창준, 김구연, 2012; Bloom, 1956; Cotton, 1989, Hiebert & Wearne, 1993; Smith & Stein, 1998)로서 인간의 고등정신인 창의성과는 거리가 있는 과제라는 점에서(김대영, 김구연, 2014; 김정은, 이수진, 김지수, 2015; 안민웅, 이경화, 2019) 수렴적 과제와 발산적 과제의 합산 비율을 고려하면 교사의 과제 변형을 통하여 학생의 창의성 촉진 기회가 확대되었다는 것은 보다 명백해진다. 기하 영역과 확률 영역의 교과서 과제와 교사 변형 과제의 유형 사이에 통계적으로 유의미한 차이가 있다는 연구 결과도 이를 뒷받침한다.

둘째, 기하 영역과 확률 영역의 과제 모두 유형 자체를 변형하거나 교과서 지문을 질문으로 변형하는 방식으로 과제에 학생의 창의성을 촉진할 수 있는 잠재력을 심을 수 있다. 기하 영역의 경우, 안민웅, 이경화(2019)의 연구에서 확인하였듯 주어진 공식을 외우고 이후에 제시되는 과제에서는 그저 그 공식에 수치를 대입하면 되는 교과서의 재생적 과제를 교사가 개방형 과제로 바꾸거나 풀이과정과 답을 정당화하는 메타인지적 과제로 바꾸면 간단한 변형만으로도 재생적 과제를 수렴적 과제 또는 발산적 과제로 변형할 수 있다. 교과서 지문으로 수학적 설명이 주어

져 있는 경우, 이는 학생들에게 읽을거리일 뿐 관심을 집중시키거나 수학적 아이디어를 개발하는 기회를 제공하지 못하고 문제 해결의 대상이 되지도 않기 때문에 과제라고 할 수 없는데(Doyle, 1983; Steinbring, 1998; Stein, Grover, & Henningsen, 1996; Smith & Stein, 1998), 지문의 핵심 정보를 삭제하는 등의 방식으로 새로운 수렴적 과제 또는 발산적 과제를 만들 수 있다. 본 연구에서는 확률 영역에서도 이와 같은 과제 변형 방식이 유효함을 확인하였다. 교사가 교과서 과제의 정답 개수를 늘리고 풀이를 정당화하는 기회를 줌으로써 학생의 발산적 사고와 수렴적 사고를 모두 고려한 [그림 4-20] 과제의 사례, 역시 교과서 과제와 유사하지만 풀이 방법의 수를 늘림으로써 발산적 사고를 고려한 [그림 4-22] 과제의 사례가 이를 뒷받침한다. 과제의 특정 정보를 삭제하거나 지시문을 수정하거나 의사소통을 명시적으로 요구하는 등의 변형은 이미 여러 연구(김하림, 이경화, 2017; 문지혜, 박만구, 2012; 이근범, 2017; Lee, Lee, & Park, 2013; Prestage & Perks, 2007, Zaslavsky, 1995)에서 효과적이면서 학생의 학습 기회와 탐구 기회를 확장하는 과제 변형임을 주장해 왔다. 본 연구 결과에서 이런 변형 방식이 기하 영역과 확률 영역에서 학생의 수학적 창의성을 촉진하는 데에도 기여할 수 있음을 확인하였다. 또한, 교과서 과제가 비록 대부분 재생적 과제더라도 교사의 이와 같은 간단한 변형만으로 수렴적 과제 또는 발산적 과제로 그 유형을 바꿀 수 있다는 것은 교과서 자체의 잠재력을 나타내는 것이기도 하고 그만큼 교사의 역할이 강조될 필요가 있다는 것을 뜻하기도 한다.

셋째, 교사는 과제를 변형하여 이를 수업에 활용하면서 과제의 인지적 요구 수준을 유지함으로써 학생의 창의성 촉진 기회를 보장하였다. 기하 영역과 확률 영역 모두 과제의 유형과 발문의 유형 사이에 통계적으로 차이가 없다는 것이 이를 뒷받침한다. 교과서 과제를 학생의 창의성을 고려하여 재생적 과제에서 더 인지적 요구 수준이 높은(홍창준, 김구연, 2012; Bloom, 1956; Cotton, 1989, Hiebert & Wearne, 1993; Smith & Stein, 1998) 발산적 과제 또는 수렴적 과제로 변형한 후 이 수준을 유지하지 않은 채로 수업에서는 인지적 요구 수준이 낮은 재생적 발문을 활

용하는 것 또한 효과적일 수 있다(김대영, 김구연, 2014; 김정은, 이수진, 김지수, 2015; Boston & Smith; 2009; Stein & Lane, 1996). 그러나 본 과제의 유형과 발문의 유형 사이에 차이가 없다는 것은 교사가 과제 변형의 의도대로 수업에서 이를 적용하였다는 근거가 되며, 이는 또한 변형 과제에 존재하는 학생의 창의성 촉진 잠재력을 손상시키지 않고(김성희, 방정숙, 2005; 홍창준, 김구연, 2012; Hiebert & Wearne, 1993; Boston & Smith; 2009, Sullivan, Clarke, & Clarke, 2009) 수업을 진행하였다는 근거가 된다.

넷째, 기하 영역과 확률 영역 수업에서의 발문 또한 재생적 발문이 가장 많았지만 그 비율이 40% 정도로서 학생의 창의성을 촉진할 수 있는 발문(수렴적 발문, 발산적 발문)이 더 많이 활용되었다. 기하 영역의 경우, Blosser(1987)의 발문 분류 체계를 적용한 연구 중 재생적 발문이 67%를 차지했다는 백소영 외(2014)의 연구 결과, 두 교사의 폐쇄적 발문이 80% 내외를 차지했다는 이기숙, 김원경(2006)의 연구 결과, 폐쇄적 발문이 65%를 차지했다는 홍진곤, 김윤희(2012)의 연구 결과, Morgan & Saxton(2006)의 발문 유형 분류틀을 적용한 강완 외(2011)의 연구에서도 사실 확인을 위한 발문이 69%였다는 결과와 비교하더라도 본 연구에서 기하 영역의 재생적 발문이 40.1%라는 수치가 상대적으로 낮다는 점을 확인할 수 있다. 확률 영역의 경우도 마찬가지로, Blosser(1987)의 발문 분류 체계를 적용한 연구 중 재생적 발문이 64%를 차지했다는 백소영 외(2014)의 연구 결과, 폐쇄적 발문이 62%를 차지했다는 이기숙, 김원경(2006)의 연구 결과, 97%를 차지했다는 홍진곤, 김윤희(2012)의 연구 결과, Morgan & Saxton(2006)의 발문 유형 분류틀을 적용한 신보미(2017)의 연구에서도 정보 확인을 위한 발문이 87%였다는 결과와 비교하더라도 본 연구에서 기하 영역의 재생적 발문이 42.7%라는 수치가 상대적으로 낮다는 점을 확인할 수 있다. 기하 영역과 확률 영역의 교과서 과제와 발문의 유형 사이에 통계적으로 유의미한 차이가 있다는 연구 결과도 이를 뒷받침한다.

다섯째, 기하 영역과 확률 영역의 발문의 유형이 달랐다. 두 영역에서

공통적으로 가장 많이 활용된 발문은 사실을 상기하는 발문이었다. 하지만 그 뒤를 이은 두 개의 유형은, 기하 영역에서는 다른(여러) 정답을 요구하는 발문과 논의를 촉발하는 발문이었고 확률 영역에서는 정당화를 요구하는 발문과 다른(여러) 정답을 요구하는 발문이었다. 다른(여러) 정답을 요구하는 발문은 여러 학생들에게 발표 기회를 주면서 서로 다른 의견을 제시함으로써 유창성, 유연성, 독창성을 촉진하는 발산적 발문의 대표적인 유형으로서 기하 영역과 확률 영역 모두에서 빈번하게 활용된 것을 확인하였다. 그러나 정당화를 요구하는 발문의 경우 기하 영역과 확률 영역이 서로 선행연구와 어긋났다. 기하 영역과 확률 영역이 모두 분석 대상에 포함됐던 백소영 외(2014)의 연구와 홍진곤, 김윤희(2012)의 연구에서, 기하 영역에서 정당화를 요구하는 발문은 각각 5%와 6%로 본 연구의 결과인 5.9%로 크게 다르지 않았다. 그러나 이 두 연구의 확률과 통계 영역에서 정당화를 요구하는 발문은 모두 전혀 활용되지 않았는데 본 연구에서는 19.9%를 차지하면서 두 번째로 많이 활용된 발문 유형이었다. 이와 같은 차이를 만든 주요한 원인으로 본 연구 참여 교사의 태도를 들 수 있다. 우선, 학생들이 교사의 질문에 답을 하면서 그 이유를 설명하지 않는다는 것은 여러 연구(Martino & Maher, 1999; Shahrill, 2013; Wilkinson & Martino, 1993)에서 확인한 바이다. 이렇게 학생이 답만 발표하고 그 이유를 설명하지 않는 상황에서 교사는 학생에게 정당화를 요구하기보다 교사 자신이 학생의 답을 설명하면서 수업을 진행하는 경향이 있다는 것도 여러 연구(Boaler & Brodie, 2004; Hargie, 1978; Webb, Nemer, & Ing, 2006)에서 지적한 바 있다. 즉, 백소영 외(2014)와 홍진곤, 김윤희(2012)의 연구, 그리고 본 연구의 기하 영역 발문 연구 결과는 이와 같은 상황을 뒷받침한다. 본 연구의 확률 영역 과제([그림 4-20], [그림 4-21] 참고)에서도 학생에게 생각을 쓰고 그와 같이 생각한 이유를 쓰도록 명시하고 있지만 교사의 발문(<에피소드 4>, <에피소드 5> 참고)을 보면 답을 묻고 학생의 답을 들은 후에 다시 그렇게 생각하는 이유를 묻는 순서로 대화가 오갔음을 확인할 수 있다. 확률 영역 수업이 기하 영역 수업보다 시기적으로 6개월 뒤인 바, 연구 참

여 교사도 기존에는 학생의 답을 자신이 설명(Boaler & Brodie, 2004; Webb, Nemer, & Ing, 2006)하는 경우가 많았으나 창의성 수업에 익숙해지면서 학생에게 대화의 주도권을 넘기게(Ferris, 2014) 된 것으로 볼 수 있다. 다만, 처음부터 답과 이유를 모두 묻는 발문이 효과적인지 연구 참여 교사의 발문 방식이 효과적인지에 대한 논의는 향후 이루어질 필요가 있다. 한편, 확률 영역에서 수학적인 용어를 사용하도록 하는 발문과 연결 또는 추론하도록 하는 발문은 전혀 활용되지 않았고 초점을 설정하도록 하는 발문 또한 한 번밖에 활용되지 않았다. 신보미(2017)의 연구에서도 전자와 같은, 연결 또는 추론 발문이 2%밖에 없었고 후자와 유사한, 조건의 변화에 따른 정보의 차이를 알아보는 발문이 0%밖에 나타나지 않았다. 두 연구의 결과가 유사한 만큼 확률 영역에서는 이와 같은 유형의 발문이 어려운 것인지, 가능하다면 어떠한 대안적인 발문이 있는지 연구가 이루어질 필요도 있다. 수학적인 용어를 사용하도록 하는 발문에 더하여 수학적인 의미를 탐구하도록 하는 발문까지 기하 영역과 확률 영역에서 차이가 많이 났는데 이는 두 단원의 학습 내용 요소 때문이다. 본 연구의 기하 영역에서는 도형의 정의 학습이 필요했으나 확률 영역에서는 확률 개념에 대한 탐구가 주를 이루었으므로 특정 용어에 대한 논의가 거의 이루어지지 않은 것이라고 볼 수 있다.

본 연구에서 얻은 결론을 통하여 다음과 같은 시사점을 도출할 수 있다.

첫째, 교과서 과제에는 학생의 창의성을 촉진할 잠재력이 있으며 교사가 이를 변형함으로써 학생의 창의성 촉진 기회를 늘려야 한다. 본 연구에서 교과서 과제를 약간만 변형하여도 재생적 과제를 수렴적 과제 또는 발산적 과제로 활용할 수 있음을 확인하였다. 교과서 과제에 잠재력이 있다는 뜻은 교과서 과제를 그대로 활용하면 창의성을 촉진할 수 있다는 의미가 아니라 교사가 이를 적절히 변형하여 활용해야 한다는 것이다. 과제의 지시문을 수정하거나 교과서 지문을 과제 또는 발문으로 학생에게 제시하는 등의 간단한 변형만으로도 일상 수업에서 일반 학생의 수학

적 창의성을 고려할 수 있다.

둘째, 교사는 과제를 변형할 때만이 아니라 수업에서 이 과제를 활용하며 학생에게 발문할 때도 수학적 창의성에 유념할 필요가 있다. 재생적 과제를 수렴적 과제 또는 발산적 과제로 변형하여 학생에게 제시하는 것만으로도 의미가 있는 일이다. 그러나 수렴적 과제나 발산적 과제를 해결하는 과정에서 재생적 발문을 주로 구사하는 것은 학생의 사고 기회를 제한하는 것이며 교사 본인이 과제를 변형하는 데에 들였던 노력을 부정하는 것이기도 하다. 과제의 인지적 요구 수준에 비추어 수업에서도 과제의 높은 수준을 유지해야 한다는 주장과 궤를 같이 하여, 수학적 창의성을 촉진할 잠재력이 있는 과제를 수업에서 활용할 때도 그와 같은 잠재력이 실현될 수 있도록 수학적 창의성을 촉진할 잠재력이 있는 발문을 구사해야 한다는 주장을 할 수 있다.

셋째, 기하 영역과 마찬가지로 확률 영역에서도 정당화를 요구하는 발문을 높은 빈도로 활용할 수 있다. 수학적 주장에 대한 정당화 자체는 중요하지만 그 근거가 비교적 명확한 기하 영역보다 확률 영역에서 정당화를 요구하는 발문이 많이 사용되었다. 이는 확률의 독립시행이나 근원사건의 등확률성에 대하여 그만큼 학생들 사이에 다양한 관점이 공존하고 이 개념들이 학생의 직관과 배치되어 학습에 어려움이 있을 수 있다는 여러 연구의 지적에 대하여 교사가 노력할 수 있는 부분일 것이다. 또한, 학생들이 답만 말하고 그 이유를 이야기하지 않는 특성이 있는 만큼 교사가 이와 같은 학생의 역할을 대신하기보다는 정당화를 요구하는 발문으로써 학생의 반성적 사고와 수렴적 사고를 촉진할 필요가 있다.

넷째, 기하 영역보다 확률 영역에서 추론 및 연결 발문, 초점 설정 발문이 거의 활용되지 않았는데, 교사가 이를 의식적으로 활용할 필요가 있다. 기존 연구에서 학생의 창의성을 촉진할 만한 발문이 거의 활용되지 않았지만 본 연구에서는 다양한 하위 유형의 수렴적 발문과 발산적 발문이 기하 영역과 확률 영역에서 활용된다는 것을 확인하였다. 하지만 확률 영역에서 추론 및 연결 발문과 초점 설정 발문은 거의 활용되지 않았다. 확률 영역은 실생활과 관련이 많은 만큼 실생활에서의 추론 또는

실생활과 연결한 발문이 가능할 것이다. 초점 설정 발문의 경우 학생의 답에 이어지는 경우가 많으므로 수업 상황에 맞게 활용해야 할 것이다. 예를 들어, “주사위를 던졌을 때 1의 눈이 나올 확률이 $\frac{1}{6}$이다.”라고 말하는 학생에게 “주사위 면이 몇 개일 때 그런가요?”, “어떤 조건의 주사위가 그런가요?”라는 식으로 특정한 조건에 초점을 맞추도록 발문하면서 학생에게 수렴적 사고의 기회를 줄 수 있다.

본 연구의 결론과 시사점을 바탕으로 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 문자와 식, 함수, 통계 등 다른 영역에 대해서도 한 교사의 과제 변형과 발문에 대한 연구를 수행할 필요가 있다. 본 연구에서는 수학적 창의성은 발산적 사고와 수렴적 사고의 융합이라는 관점에서 개발된 과제 분석틀(Lee, 2017)과 동일한 관점에서 기하 영역에 대하여 개발된 발문 분석틀(안민웅, 이경화, 2019)을 확률 영역에 적용하여 두 영역의 과제와 발문 유형을 비교하였다. 영역간 또는 단원간에 동일한 교사의 변형 과제와 발문의 유형이나 특징을 비교한 연구가 많지 않은 만큼 같은 분석틀을 가지고 연구하면 여러 단원에서 수학적 창의성을 어떤 방식으로 고려할 수 있을지에 대한 논의가 이루어질 것이다.

둘째, 여러 교사 집단과 학생 집단을 대상으로 동일한 영역 또는 단원의 과제 변형 자료와 발문 자료를 수집하여 연구해야 한다. 앞 문단에서 강조하였듯 한 교사가 여러 영역 또는 단원을 수업한 것을 연구하면 영역간 또는 단원간 특성을 규명하는 토대가 될 것이다. 그러나 교사의 과제 변형과 발문은 내용 영역에만 영향을 받는 것이 아니라 교사의 교수 신념과 교사가 수업하고 있는 학급의 특징에도 영향을 받는다. 따라서 동일한 내용 영역을 수업하는 여러 교사의 과제 변형 자료와 발문 자료를 수집하여 연구한다면 해당 내용 영역에서의 과제 변형과 발문 특성에 대한 보다 객관적인 논의가 이루어질 것이다.

셋째, 교사의 과제 변형과 수업에서의 발문이 실제로 학생의 창의성을 촉진하는지에 대한 실증적인 연구가 이루어질 필요가 있다. 본 연구는

교사 질문의 유형에 대한 이론적 배경에 근거하여 어떤 질문을 통하여 학생의 창의성 촉진 기회를 증대할 수 있을지 분석하였기 때문에 특정한 유형의 질문이 실제로 학생의 창의적 사고를 촉진하였거나 창의성을 증진하였는지는 살펴보지 못한 한계가 있다. 창의적 사고를 촉진하는 질문을 주로 활용한 수업과 재생적 질문을 주로 활용한 수업간의 비교연구, 창의적 사고를 촉진하는 질문을 주로 활용한 수업에서의 학생들의 변화를 보는 장기연구 등이 수행되면 수학적 창의성 촉진의 도구로서 교사의 질문이 실질적으로 어떤 역할을 하고 어느 정도까지 영향을 미칠 수 있는지 살펴볼 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

강완, 장윤영, 정선혜(2011). 수학 수업 발문유형 분석 및 대안 탐색: 신임 교사 사례 연구. **초등수학교육, 14**(3), 293-302.

고호경, 김응환, 양순열, 권세화, 권순학, 정낙영, 장인선, 임유원, 최수영, 이성재, 노솔, 백형윤, 홍창섭(2013). **중학교 수학 2**. 서울: 교학사.

교육부(2015a). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제2015-74호 [별책8]. 서울: 저자.

교육부(2015b). **초・중등학교 교육과정 총론**. 교육부 고시 제2015-74호 [별책1]. 서울: 저자.

김대영, 김구연(2014). 중등 수학교사의 교과서 수학과제 이해 및 변형 능력. **학교수학, 16**(3), 445-469.

김성희, 방정숙(2005). 수학 교수・학습 과정에서 과제의 인지적 수준 분석. **수학교육학연구, 15**(3), 251-272.

김정은, 이수진, 김지수(2015). 중등 수학교사의 과제 이해 및 변형 능력. **학교수학, 17**(4), 633-652.

김하림, 이경화(2017). 중등 수학 예비교사의 미분계수 과제 변형. **학교수학, 18**(3), 711-731.

류희찬, 류성림, 이경화, 신보미, 강순모, 윤옥교, 김명수, 조성오, 천태선, 김철호(2014). **중학교 수학 1**. 서울: 천재교과서.

문지혜, 박만구(2012). 열린 발문이 초등학생들의 수학적 창의력에 미치는 영향. **한국초등교육, 23**(4), 1-25.

박만구(2010). 초등 수학교과서의 창의성 신장을 위한 발문. **초등수학교육, 13**(1), 25-35.

박만구(2011). 창의성 신장을 위한 초등수학 과제의 유형. **초등수학교육, 14**(2), 117-134.

방정숙(2004). 초등학교 수학 수업에 관한 과제 중심의 사례분석. 초등교육연구, 17(2), 419-442.

백소영, 김도현, 이경언(2014). 수업 시연에 나타나는 예비 수학교사의 발문 유형과 특성 분석. **교사교육연구, 53**(3), 400-415.

백동현, 이경화(2017). 수학적 창의성 관점에서 다중해법 간의 질적 차이 분석. **학교수학, 19**(3), 481-494.

신보미(2017). '사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률' 수업의 발문 분석. **한국학교수학회논문집, 20**(1), 19-42.

신희영, 고은성, 이경화(2007). 수학영재교육에서의 관찰평가와 창의력평가. **학교수학, 9**(2), 241-257.

안민웅, 이경화(2019). 일상수업에서의 질문-중심 과제 변형에 의한 수학적 창의성 촉진: 한 경력교사의 원과 부채꼴 단원 지도사례. **The SNU Journal of Education Research, 28**(1), 27-54.

이경화(2015). **수학적 창의성: 수학적 창의성의 눈으로 본 수학교육**. 서울: 경문사.

이경화, 문성재, 송밝음(2018). 비율그래프 지도를 위한 창의적 과제의 설계와 적용. **학교수학, 20**(3), 445-462.

이근범(2017). **수학 교사의 과제 변형 및 적용을 통한 조건부확률 오개념 교정**. 서울대학교 대학원 석사학위논문.

이기숙, 김원경(2006). 중학교 수학교사의 발문 행동에 관한 분석. **교원교육, 22**(4), 111-133.

이정연, 이경화(2010). Simpson의 패러독스를 활용한 영재교육에서 창의성 발현 사례 분석. **수학교육학연구, 20**(3), 203-219.

정영우(2015). 수학적 창의성 영재교육 프로그램의 개발과 실제. **학교수학, 17**(1), 47-63.

조연순(2013). 학생 창의성 발현을 돕기 위한 교수-학습 모형 탐색. **사고개발, 9**(2), 1-22.

조윤희, 고호경(2017). 수학영재프로그램이 창의성 향상에 미치는 효과 메타분석. **과학교육연구지, 41**(3), 499-518.

조진우, 박민선, 이경화, 이은정(2016). 효과적인 수학적 담론을 구축하기 위한 교사 질문활동의 특성. **학교수학, 18**(1), 193-214.

하수현, 이광호(2014). Leikin의 수학적 창의성 측정 방법에 대한 고찰. **한국초등수학교육학회지, 18**(1), 83-103.

한정민, 박만구(2010). 수학적 창의성 관점에서 본 교사의 발문 분석. **한국초등수학교육학회지, 14**(3), 865-884.

홍진곤, 김윤희(2012). 중학교 수학 수업에서 나타난 교사의 발문 행동에 관한 사례연구. **교사와 교육, 30**(1), 1-15.

홍창준, 김구연(2012). 중학교 함수 단원의 수학과제 분석. **학교수학, 14**(2), 213-232.

Anderson, L., Krathwohl, D., Airasian, P, Cruikshank, K., Mayer, R., Pintrich, P, Raths, J., & Wittrock, M. (2001). A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives. New York, NY: Longman.

Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals*. New York, NY: McKay.

Blosser, P. E. (1987). 효율적인 교사의 발문기법. (송용의 역). 서울: 배영사. (영어 원작은 1973년 출판).

Boaler, J. & Brodie, K. (2004). The importance, nature, and impact of teacher questions. In D. E. McDougall & J. A. Ross (Eds.), *Proceedings of the 26th conference of the Psychology of Mathematics Education* (North America, pp. 773-781). Toronto: OISE/UT.

Boston, M. D. & Smith, M. S. (2009). Transforming secondary mathematics teaching: Increasing the cognitive demands of instructional tasks used in teachers' classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education, 40*(2), 119-156.

Brodie, K. (2010). *Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms*. New York, NY: Springer.

Cotton, K. (1989). *Classroom Questioning. Close-Up No. 5*. Portland, OR: Northwest Regional Educational Laboratory.

Cropley, A. (2006). In praise of convergent thinking. *Creativity Research Journal, 18*(3), 391-404.

Dong, L., Seah, W. T., & Clarke, D. (2018). Pedagogical tensions in teacher's questioning practices in the mathematics classroom: A case in mainland China. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14*(1), 167-181.

Doyle, W. (1983). Academic work. *Review of Educational Research, 53*(2), 159-199.

Fernandez, E. (1994). A kinder, gentler Socrates: Conveying new images of mathematics dialogue. *For the Learning of Mathematics, 14*(3), 43-47.

Ferris, S. J. (2014). Revoicing: A tool to engage all learners in academic conversations. *Reading Teacher, 67*(5), 353-357.

Franke, M. L., Webb, N. M., Chan, A. G., Ing, M., Freund, D., & Battey, D. (2009). Teacher questioning to elicit students' mathematical thinking in elementary school classroom. *Journal of Teacher Education, 60*(4), 380-392.

Gall, M. D. (1970). The use of questions in teaching. *Review of Educational Research, 40*(5), 707-721.

Guilford, J. P. (1957). Creative abilities in the arts. *Psychological Review, 64*(2), 110-118.

Hargie, O. D. W. (1978). The importance of teacher questions in the classroom. *Educational Research, 20*(2), 99-102.

Henningsen, M. & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(5), 524-549.

Hiebert, J. & Wearne, D. (1993). Instructional tasks, classroom discourse, and students' learning in second-grade arithmetic. *American Educational Research Journal, 30*(2), 393-425.

Hiebert, J., Gallimore, R., Garnler, H., Givvin, K. Hollingsworth, H., Jacobs, J., Chui, A., Wearne, D., Smith, M., Nicole, K., Alfred, M., Ellen, T., Etterback, W., Manaster, C., Gonzales, P., & Stigler, J. (2003). *Teaching mathematics in seven countries*. Washington, DC: US Department of Education.

Hoth, J., Kaiser, G., Busse, A., Döhrmann, M., König, J., & Blõmeke, S. (2016). Professional competences of teachers for fostering creativity and supporting high-achieving students. *ZDM, 49*(1), 107-120.

Kaufman J. C. (2015). Creativity is more than silly, more than art, more than good: the diverse career of Arthur Cropley. *Creativity Research Journal, 27*(3), 249-253.

Kaufman, J. C. & Beghetto, R. A. (2009). Beyond big and little: The four c model of creativity. *Review of General Psychology, 13*(1), 1-12.

Klein, D. (2007). A quarter century of US 'math wars' and political partisanship. *BSHM Bulletin, 22*(1), 22-33.

Lee, K. (2017). Convergent and divergent thinking in task modification: A case of Korean prospective teachers' exploration. *ZDM, 49*(7), 995-1008.

Lee, K., Lee, E., & Park, M. (2013). Task modification and knowledge utilization by Korean prospective mathematics teachers. In C. Margolinas (Ed.), *Task design in mathematics education: Proceedins of ICMI Study, 22*.

Leikin, R. & Pitta-Pantazi, D. (2013). Creativity and mathematical education: The state of the art. *ZDM, 45*(2), 156-166.

Levenson, E. (2013). Tasks that may occasion mathematical creativity in elementary school. *Journal of Creative Behavior, 45*(3), 215-234.

Lithner, J. (2017). Principles for designing mathematical tasks that enhance imitative and creative reasoning. *ZDM, 49*(6), 937-949.

Martino, A. M. & Maher, C. A. (1999). Teacher questioning to promote justification and generalization in mathematics: What research practice has taught us. *Journal of Mathematical Behavior, 18*(1), 53-78.

Mason, J. (2002). Minding your Qs and Rs: Effective questioning and responding in the mathematics classroom. In L. Haggerty (Ed.), *Aspects of teaching secondary mathematics: Perspectives on practice* (pp. 248-258). London: RoutledgeFalmer.

Merrotsy, P. (2013). A note on Big-C creativity and Little-c creativity. *Creativity Research Journal, 25*(4), 474-476.

Morgan, N. & Saxton, J. (2006). *Asking better questions*. Markham, Canada: Pembroke Publishers.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Prestage, S. & Perks, P. (2007). Developing teacher knowledge using a tool for creating tasks for the classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education, 10*(4-6), 381-390.

Reiter-Palmon, R. & Arreloa, N. J. (2015). Does generating multiple ideas lead to increased creativity? A comparison of generating one idea vs. many. *Creativity Research Journal, 27*(4), 369-374.

Robitaille, Y. P. & Maldonado, N. (2015). Teachers' experiences relative to successful questioning and discussion techniques. *American International Journal of Contemporary Research, 5*(1), 7-16.

Runco, A. (2014). “Big C, Little c” Creativity as a false dichotomy: Reality is not categorical. *Creativity Research Journal, 26*(1), 131-132.

Runco, M. A. & Acar, S. (2012). Divergent thinking as an indicator of creative potential. *Creativity Research Journal, 24*(1), 66-75.

Sahin. A. (2013). Teachers’ awareness and acquisition of questioning strategies: A case study. *Sakarya University Journal of Education, 3*(3), 17-36.

Sahin, A. & Kulm, G. (2008). Sixth grade mathematics teachers’ intentions and use of probing, guiding, and factual questions. *Journal of Mathematics Teacher Education, 11*(3), 221-241.

Shahrill, M. (2013). Review of teacher questioning in mathematics classrooms. *International Journal of Humanities and Social Science, 3*(17), 224-231.

Shriki, A. (2010). Working like real mathematicians: developing prospective teachers’ awareness of mathematical creativity through generating new concepts. *Educational Studies in Mathematics Education, 73*(2), 159-179.

Smith, M. S. & Stein. M. K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*(5), 344-350.

Sriraman, B. (2017). Mathematical creativity: psychology, progress and caveats. *ZDM, 49*(7), 971-975.

Stein M. K. & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation, 2*(1), 50-80.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M., & Silver, E. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction*. New York, NY: Teachers College Press.

Steinbring, H. (1998). Elements of epistemological knowledge for mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education, 1*(2), 157-189.

Sternberg, R. J. (2017). School mathematics as a creative enterprise. *ZDM, 49*(7), 977-986.

Stigler, J. & Hiebert. J. (2004). Improving mathematics teaching. *Educational Leadership, 61*(5), 12-17.

Sullivan, P., Clarke, D., & Clarke, B. (2009). Converting mathematics tasks to learning opportunities: An important aspect of knowledge for mathematics teaching. *Mathematics Education Research Journal, 21*(1), 85-105.

Temple, C. & Doerr, H. (2012). Developing fluency in the mathematical register through conversation in a tenth-grade classroom. *Educational Studies in Mathematics, 81*(3), 287-306.

Torrance, E. P. (1959). Current research on the nature of creative talent. *Journal of Counseling Psychology, 6*(4), 309-316.

Vacc, N. N. (1993). Implementing the 'professional standards for teaching mathematics': Questioning in the mathematics classroom. *Arithmetic Teacher, 41*(2), 88-91.

Watson, B. & Konicek, R. (1990). Teaching for conceptual change: Confronting children's experience. *Phi Delta Kappan, 71*(9), 680-685.

Webb, N. M., Nemer, K. M., & Ing, M. (2006). Small-group reflections: Parallels between teacher discourse and student behavior in peer-directed groups. *The Journal of the Learning Sciences, 15*(1), 63-119.

Wilkinson, L. C. & Martino, A. M. (1993). Students' disagreements during small-group mathematical problem solving. In R. B. Davis & C. A. Maher (Eds.), *Schools, mathematics and the world of reality* (pp. 135-171). Needham Heights, MA: Allyn and Bacon.

Wood, T. (1998). Funneling or focusing? Alternative patterns of communication in mathematics class. In H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi, & A. Sierpinska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 167-178). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Zaslavsky, O. (1995). Open-ended tasks as a trigger for mathematics teachers' professional development. *For the Learning of Mathematics, 15*(3), 15-20.

Abstract

An Analysis on the Types of Teacher Questions in Everyday Class Aiming for Enhancing Mathematical Creativity

Ahn, Min Woong
Department of Mathematics Education
The Graduate School
Seoul National University

Of the six mathematical competences specified in a revised curriculum, creativity is also essential to developing modern society and living an individual's life. Korean math curriculum has been mentioning creativity education about a half century. However, as many researchers and teachers point out that creativity education has been being provided solely for gifted or highly accomplished students, it is questionable whether ordinary students have been given enough opportunities to enhance mathematical creativity through their everyday class in schools.

One of the teaching strategies that teachers usually use in everyday class is a question. A question is composed of two components, a mathematical task, or a written question, that teachers design when they prepare for lessons and questioning, or a verbal question, that teachers ask during lessons. Teachers assist students' learning by asking both types of question. The main reason a teacher asks a question to a student is to find out what he/she is thinking. Another reason is that in a large class setting, the interaction between teachers and students triggered by teachers' questions is more effective in stimulating student's curiosity and inquisitive mind, rather than one-sided explanations by teachers.

In this study, I investigated how an experienced teacher who tries to realize creativity education in the revised curriculum modified textbook tasks in two content areas, geometry and probability. I also analyzed the verbal questions asked by the teacher when using these tasks. In addition, I figured out the difference of teacher questions between geometry and probability.

In result, the teacher suitably modified the textbook tasks for enhancing creativity. She also applied task in class to promote creativity consistently with the direction of the task modification. In addition, there was no difference in the types of task between geometry and probability, but there was a difference in the types of questioning.

keywords : teacher's question, mathematical creativity, mathematical task, teacher questioning, types of questions

Student Number : 2017-21881